

<https://doi.org/10.36719/2663-4619/108/193-197>

**Aygün Rəsulova**

Heydər Əliyev adına Hərbi İnstitut  
hasanova.aygun11@gmail.com

**Nina Mustafayeva**

Heydər Əliyev adına Hərbi İnstitut  
mustafayevanina@gmail.com

## Kvant çuxurunda elektron qazının hal sıxlığı

### Xülasə

Ümumiyyətlə, aşağıölçülü sistemlərin fiziki xassələrinin tədqiq edilməsi müasir fizikanın aktual problemlərindəndir. Məlumdur ki, real aşağıölçülü sistemlərin profilləri sadə olmayıb, mürəkkəb kvant çuxuruna malikdirlər ki, onların termodinamik və kinetik xassələrini öyrənmək olduqca vacibdir.

Təqdim edilən bu işdə potensialı  $U = U_0 ctg^2(\pi z/L)$  şəklində olan kvant çuxurunda elektronların enerji spektri üçün analitik ifadə alınmışdır. Xüsusi hallarda bu enerji spektri sonsuz dərin quyu və harmonik ossilyator modellərindəki enerji spektrlərinə keçir. Bunun üçün nazik təbəqələrdə kvant çuxurlarının profillərinin qurulması, enerji spektrinin, dalğa funksiyası və hal sıxlığı funksiyasının hesablanması, hal sıxlığı funksiyasının kvant çuxurunun potensialından asılılığının araşdırılması xüsusi maraq kəsb edir. Bu səbəbdən mürəkkəb formalı kvant çuxuruna malik təbəqələrdə fiziki hadisələrin nəzəri olaraq araşdırılması xüsusi maraq və əhəmiyyət kəsb edir. Belə tədqiqatlar isə öz növbəsində aşağıölçülü elektron sistemlərdə köçürmə hadisələrinin nəzəriyyəsinə yeni sahələrin inkişafına köməklik göstərir. Baxılan bu işdə əldə olunan nəticələr molekulyar-şüa epitaksiya metodunun köməyi ilə daha perspektivli kvant çuxurlarının yaranmasına imkan verir.

Tapılmışdır ki, baxılan spektr üçün elektronların hal sıxlığı funksiyası enerjinin pilləvari funksiyası olur.

*Açar sözlər: kvant çuxuru, harmonik ossilyator, hal sıxlığı, enerji spektri, dalğa funksiyası*

**Aygun Rasulova**

Military Institute named after Heydar Aliyev  
hasanova.aygun11@gmail.com

**Nina Mustafayeva**

Military Institute named after Heydar Aliyev  
mustafayevanina@gmail.com

## Density of States of Electron Gas in Quantum Wells

### Abstract

In general, studying the physical properties of low-dimensional systems is one of the urgent problems of modern physics. It is known that the profiles of real low-dimensional systems are not simple, they have a complex quantum hole, so it is very important to study their thermodynamic and kinetic properties.

An analytical expression is obtained for the energy spectrum and the density of states of electrons in a quantum well with the potential  $U = U_0 ctg^2(\pi z/L)$ , which in limiting cases transforms into energy spectra and densities of states for models of an infinitely deep well and harmonic the oscillator. For this purpose, it is of particular interest to establish the profiles of quantum holes in thin films, calculate the energy spectrum, wave function and density of state function, and investigate the dependence of the density of state function on the potential of the quantum hole. For this reason, the theoretical investigation of physical phenomena in layers with

quantum wells of complex shape is of special interest and importance. Such studies, in turn, contribute to the development of new fields in the theory of transfer phenomena in low-dimensional electronic systems. The results obtained in the reviewed work allow the creation of more promising quantum holes with the help of the molecular-beam epitaxy method.

The dependence of the density of states on energy for various semiconductor quantum wells is constructed.

**Keywords:** quantum well, harmonic oscillator, density of states, energy spectrum, wave function

### Giriş

Hal sıxlığı funksiyasının yükdaşıyıcıların enerji spektrindən asılılığı termodinamik xassələrdə, optik, maqnit xassələrdə, həmçinin kinetika hadisələrində əks olunur (Əsgərov, Fiqarova və Xasıyeva, 2015). Xüsusilə aşağıölçülü elektron sistemlərinin fiziki xassələrində hal sıxlığı funksiyası çox əhəmiyyətli rol oynayır (Əsgərov, 2012). Bu sistemlərdə yükdaşıyıcıların hərəkəti bir, iki, yaxud hər üç istiqamətdə kvant məhdudlanmasına məruz olduqda, yükdaşıyıcının enerji spektri və buna görə də hal sıxlığı keyfiyyətcə dəyişir. Belə ki, elə fiziki kəmiyyətlər var ki, onlar hal sıxlığı funksiyası ilə təyin olunurlar. Bu kəmiyyətlərə misal olaraq entropiya, istilik tutumu, maqnit qavrayıcılığı, kvantlayıcı maqnit sahəsində termoelektrik hərəkət qüvvəsini göstərmək olar.

### Tədqiqat

Hal-hazırda nanotnologiyanın səviyyəsi düzbucaqlı, parabolik, üçbucaq şəkilli və s. kimi müxtəlif növlərinə uyğun kvant çuxurlarının yaratmasına imkan verir (Mircea, 2017).

Təqdim olunan işdə potensialı  $U = U_0 \operatorname{ctg}^2(\pi z/L)$  profilli kvant çuxurusunun hal sıxlığı nəzəri tədqiq edilmişdir. Belə potensiallı kvant çuxurlarında enerji spektri xüsusi hallarda sonsuz dərin düzbucaqlı potensial çuxurun və harmonik ossilyatorun enerji spektrləri ilə üst-üstə düşür. Potensialı  $U = U_0 \operatorname{ctg}^2(\pi z/L)$  şəklində olan kvant çuxurunun enerji spektri üçün elektronların hal sıxlığı funksiyası tapılmış və elektron qazının enerjisindən asılılığı müəyyən edilmişdir. Bundan başqa göstərilmişdir ki, hal sıxlığı funksiyası limit hallarında ölçüyə görə kvantlanmış təbəqənin və parabolik çuxurun hal sıxlığı funksiyaları ilə üst-üstə düşür (Figarova, Xasıyeva, & Mahmudov, 2014; Lykova, 2008).

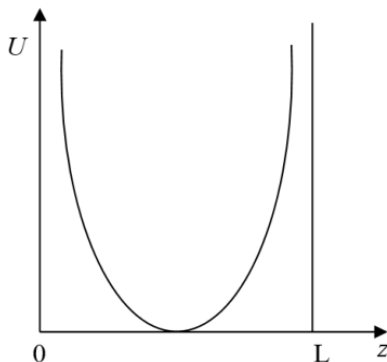
### Enerji spektri

Enerji spektri

$$\varepsilon_{n,k_x,k_y} = \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m} + \varepsilon_n \quad (1)$$

ifadəsi ilə təyin olunan ikiölçülü elektron qazına baxaq. Burada  $k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2$  və x,y oxu boyunca enerji spektri kəsilməz, z oxu boyunca isə diskret qiymətlər alır (Askerov, 1985).

Potensialı  $U = U_0 \operatorname{ctg}^2(\pi z/L)$  şəklində olan kvant çuxurunda  $\varepsilon_n$  enerji spektrini tapaq. Şəkil 1-də U funksiyasının z-dən asılılığı göstərilmişdir (Madkour, 2019).



Şəkil 1 U funksiyasının z-dən asılılığı

$U = U_0 \text{ctg}^2(\pi z/L)$  potensiallı kvant çuxurunda elektron üçün Şredinger tənliyi aşağıdakı şəkli alır (Babayev & Sultanova, 2009):

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2} [\varepsilon - U_0 \text{ctg}^2(\pi z/L)] \psi = 0 \quad (2)$$

Bu tənlikdə  $U_0$  potensialın minimum qiyməti,  $L$ -çuxurun enidir.

$$\frac{d^2 u}{dz^2} - 4 \frac{\pi}{L} \lambda \text{ctg} \frac{\pi z}{L} \frac{du}{dz} + \frac{4\pi^2}{L^2} (v^2 - \lambda^2) u = 0 \quad (3)$$

Hipergeometrik tənliyi alırıq. Bu tənliyin həlli isə aşağıdakı kimidir:

$$\varepsilon_n = (n^2 + 4n\lambda - 2\lambda) \varepsilon_0 \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

Burada:  $\lambda = \frac{1}{4} \sqrt{1 + \frac{4U_0}{\varepsilon_0}} - 1$ ,  $\varepsilon_0 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}$ ,  $L$  çuxurun eni,  $U_0$  çuxurun dərinliyidir.

Aldığımız (4) enerji spektrindən 2 xüsusi limit halı alınır (Chickering & Eisenstein, 2009).

Kvant ədədinin ( $N$ ) çox böyük qiymətlərində, yəni  $n \gg \lambda$  olsa, (1) ifadəsi sonsuz dərin çuxurdakı elektron qazının enerji spektri ilə üst-üstə düşür, yəni

$$E_{nk\perp} = \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m} + \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2mL^2} \quad (5)$$

Əks limit halında, yəni kiçik kvant ədədləri halında ( $n \ll \lambda$ ), (1) ifadəsi parabolik kvant çuxurundakı elektron qazının enerji spektri ilə üst-üstə düşür, yəni

$$E_{nk\perp} = \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m} + \hbar \omega_0 \left( n - \frac{1}{2} \right) \quad (6)$$

### Hal sıxlığı

Məlum olduğu kimi, elektron qazının hal sıxlığı, yəni vahid enerji intervalına və vahid səthə düşən halların sayı aşağıdakı ümumi ifadə ilə təyin olunur (Shchvartsburg, 2002; Hashimzade, Babayev, & Mehdiyev, 2010):

$$g(\varepsilon) = \sum_{n, k_x, k_y} \delta(\varepsilon - \varepsilon_{n, k_x, k_y}), \quad (7)$$

burada  $\varepsilon_{n, k_x, k_y}$  (1) enerji spektri ilə təyin olunur.  $k_x, k_y$  - ə görə cəmləmədən inteqrala keçsək,

$$g(\varepsilon) = \frac{2L_x L_y}{(2\pi)^2} \sum_n \int k_x dk_y \delta(\varepsilon - \varepsilon_z - \varepsilon_{\perp}) \quad (8)$$

alırıq. Son ifadədə  $dk_x dk_y$  - ə görə inteqrallamadan polyar koordinatlara, yəni  $dk_x dk_y = k_{\perp} dk_{\perp} d\varphi$  keçib, (8)-də nəzərə alsaq,

$$g(\varepsilon) = \frac{m}{\pi \hbar^2 L} \sum_n \int d\varepsilon_{\perp} \delta(\varepsilon - \varepsilon_z - \varepsilon_{\perp}), \quad (9)$$

olar.

Burada  $\varepsilon_{\perp} = \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m}$ .

### Nəticə

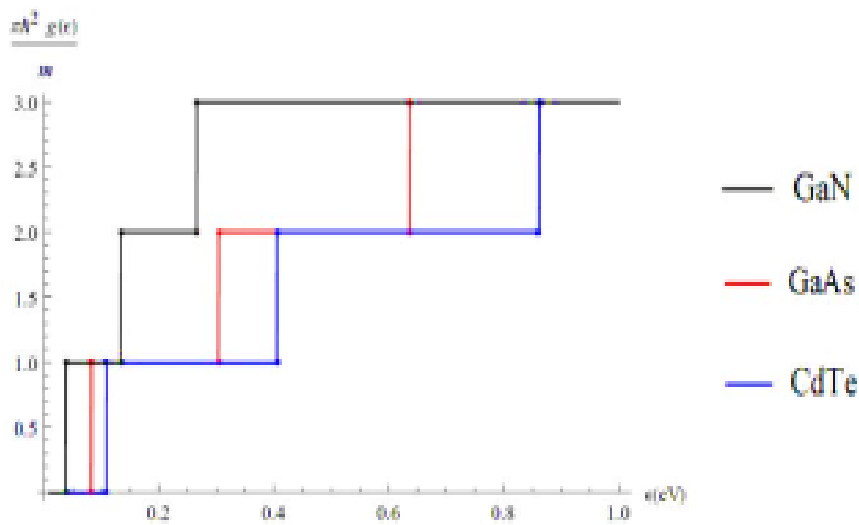
Bunları nəzərə alsaq, verilmiş enerji spektri üçün uyğun hesablamalardan sonra hal sıxlığı funksiyası aşağıdakı şəkllə düşər:

$$g(\varepsilon) = \frac{m}{\pi\hbar^2 L} \sum_n \Theta(\varepsilon - \varepsilon_n). \quad (10)$$

Bu düstur alınarkən

$$\sum_n \int d\varepsilon_{\perp} \delta(\varepsilon - \varepsilon_z - \varepsilon_{\perp}) = \sum_n \Theta(\varepsilon - \varepsilon_n), \quad (11)$$

olduğu nəzərə alınmışdır (Figarova, 2014), burada  $\Theta(\varepsilon - \varepsilon_n)$  – pilləvari Hevisayd funksiyasıdır.



**Şəkil 2**  $U = U_0 ctg^2(\pi z/L)$  potensialı kvant çuxurunun müxtəlif yarımkəçiricilər üçün hal sıxlığı funksiyasının  $g(\varepsilon)$  asılılığı

Burada, hər 3 yarımkəçirici əsaslı quyu üçün  $L = 10nm$  və  $m = 0,2m_0$  (GaN),  $m = 0,06m_0$  (GaAs),  $m = 0,04m_0$  (CdTe) qiymətləri götürülmüşdür. Göründüyü kimi, funksiyanın qrafiki pilləvari xarakter daşıyır. Xüsusi hallarda, harmonik ossilyator üçün hal sıxlığı funksiyası ossilyasiya edir.

### Ədəbiyyat

1. Əsgərov, B., Fiqarova, S. və Xasıyeva, G. (2015). Mürəkkəb formalı kvant quyusunda ikiölçülü elektron qazın kimyəvi potensialı. *AMEA Xəbərləri. Fizika-texnika və riyaziyyat elmləri seriyası, fizika və astronomiya*, 2, 6-11.
2. Əsgərov, B. (2012). Kvant çuxurunda elektronların hal sıxlığı funksiyası. *Bakı Universitetinin Xəbərləri. Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası*, 4, 101-106.
3. Babayev, Kh., & Sultanova, M. (2009). Dependence of electron mobility on their surface density in a semiconductor quantum well with the modified Poschl-Teller confining potential. *Fizika*, 25, 22-24.
4. Chickering, W., & Eisenstein, J. (2009). *Phys. Rev. Lett.*, 103, 1-4.
5. Figarova, S., Hasiyeva, G., & Figarov, V. (2016). Negative differential conductivity in quantum well with complex potential profile for electron-phonon scattering. *Physica E: Low dimensional Systems and Nanostructures*, 78, 10-13.

6. Figarova, S., Khasiyeva, G., & Mahmudov, M. (2014). Fermi level of two dimensional electron gas in quantum well. *Abstract book of 31th International Physics Congress*.
7. Hashimzade, F., Babayev, M., & Mehdiyev, B. (2010). *Journal of Physics: Conference Series*, 245.
8. Mircea, D. (2017). *Nanoelectronics Physics and Devices of Atomically*. Thin Material Springer International Publishing AG.
9. Madkour, L. (2019). *Nanoelectronic Materials. Fundamentals and Applications*.
10. Askerov, B. (1985). *Elektronnyye yavleniya perenosa v poluprovodnikakh*. Nauka.
11. Lykova, S. (2008). *Energeticheskiye spektry nanostruktur*. Izdatel'stvo Politehnicheskogo Universiteta.
12. Shchvartsburg, A. (2002). Elektromagnitnykh voln v sloistyx i neistatsionarnykh sredakh. *ZHETF*, 12, 1321-1322.

Daxil oldu: 01.10.2024

Baxışa göndərildi: 22.10.2024

Təsdiq edildi: 01.11.2024

Çap olundu: 20.11.2024