Elmi Tədqiqat Beynəlxalq Elmi Jurnal. 2024 / Cild: 4 Sayı: 12 / 108-113
Scientific Research International Scientific Journal. 2024 / Volume: 4 Issue: 12 / 108-113 e-ISSN: 2789-6919

RİYAZİYYAT VƏ MEXANİKA

MATHEMATICS AND MECHANICS

https://doi.org/10.36719/2789-6919/40/108-113

Günay Salmanova
Gəncə Dövlət Universiteti
riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru
gunay-salmanova@mail.ru
https://orcid.org/0009-0002-4502-7349

Parametrlərdən polinomial asılı olan ikiparametrli məsələdə köklü altfəzalar sisteminin çoxqat tamlığı

Xülasə

Çox sayda parametrdən asılı mürəkkəb tənliklərin həllinin tapılmasının yeganə qəbul edilmiş üsulu, dəyişənlərin ayrılması üsuludur. Mürəkkəb tənliklərin bu metodla araşdırılması, adi diferensial tənliklər sisteminin araşdırılmasına gətirir. Bu isə, öz növbəsində, çoxparametrli sistemlər üçün məxsusi vektor, qoşulmuş vektor, çoxqat tamlıq, çoxqat ayrılış və s. kimi anlayışların öyrənilməsi zərurətini yaradır.

Dəyişənlərin ayrılması nəticəsində alınan çoxparametrli sistemlərin tədqiq olunması, operator-diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin həllinin yeganə mümkün yolu hesab olunur. Çoxparametrli sistemə, sistemin ayrı-ayrı tənliklərinin təsir göstərdiyi fəzaların tenzor hasilində müəyyən bir tənlik qarşı qoyulur. Göstərilir ki, bu tənliyin məxsusi və qoşma vektorları, baxılan sistemin məxsusi və qoşma vektorları ilə üst-üstə düşür. Tənliyin qurulması üçün iki polinomial dəstənin rezultantının abstrakt analoqundan istifadə olunur. Qeyd etmək lazımdır ki, bu üsul, həmçinin, parametrlərdən xətti asılı olmayan çoxparametrli sistemləri öyrənməyə imkan verir.

İşdə parametrlərdən qeyri-xətti asılı olan və öz-özünə qoşma olmayan ikiparametrli sistemlərə baxılmışdır. Müxtəlif ikiparametrli sistemlərin məxsusi və qoşulmuş elementlərinin çoxqat tamlığı və çoxqat bazisliyi göstərilmişdir. Müəyyən şərtlər qəbul etdikdə ikiparametrli sistemlərin məxsusi və qoşulmuş elementləri tenzor fəzaların hasilində çoxqat tam sistem əmələ gətirir.

Açar sözlər: *operator, məxsusi qiymət, çoxparametrli sistem, Hilbert fəza, ikiparametrli sistem*

Gunay Salmanova
Ganja State University
Doctor of Philosophy (PhD) in Mathematics
gunay-salmanova@mail.ru
https://orcid.org/0009-0002-4502-7349

The Multilevel Completeness of the Root Subspaces System in a Two-parameter Problem Dependent on Polynomial Parameter

Abstract

The only generally accepted method for solving complex equations dependent on multiple parameters is the method of separation of variables. The investigation of complex equations using this method reduces the problem to the study of systems of ordinary differential equations. This, in turn, necessitates the study of concepts such as eigenvectors, associated vectors, multi-completeness, multi-separation, and others for multiparametric systems.

The study of multiparametric systems obtained through the separation of variables is considered the only viable approach to solving the Cauchy problem for operator-differential equations. For a multiparametric system, a specific equation is associated with the tensor product of the spaces influenced by the individual equations of the system. It is demonstrated that the eigenvectors and associated vectors of this equation coincide with the eigenvectors and associated vectors of the investigated system. The construction of the equation involves utilizing an abstract analogue of the resultant of two polynomial sets. It is worth noting that this method also enables the study of multiparametric systems that are not linearly dependent on the parameters.

This work examines two-parameter systems that are nonlinearly dependent on the parameters and are not self-adjoint. The multi-completeness and multi-basis properties of the eigen and associated elements of various two-parameter systems are demonstrated. Under certain conditions, the eigen and associated elements of two-parameter systems form a multi-complete system in the tensor product of spaces.

Keywords: *operators, eigenvalue, multi parameter system, Hilbert space, two parameter system*

Giriş

Çoxparametrli nəzəriyyənin qurulmasında F.V.Atkinsonun fundamental töhfəsi olmuşdur. O, dağınıq faktları analiz edərək öz-özünə qoşma çoxparametrli sistemlərin araşdırılması üçün abstrakt metod yaratmışdır. Atkinson tərəfindən verilən və onun davamçıları tərəfindən inkişaf etdirilən metodika yalnız öz-özünə qoşma çoxparametrli sistemləri öyrənməyə imkan verir ki, bu da həlli tələb olunan məsələlərin bir hissəsidir. Öz-özünə qoşma olmayan məsələlər isə xüsusi araşdırma və yeni yanaşma üsulları tələb edir.

Tədqiqat

Başlanğıc şərti $$\frac{d^k}{dt^k}\hat{x}(t)\Big|_{t=t_0} = \hat{x}_k$$

olan $$\left[A_0 + \frac{d}{dt}A_1 + \frac{d^2}{dt^2}A_2 + ... + \frac{d^n}{dt^n}A_n\right]\hat{x}(t) = 0 \qquad (1)$$

operator-diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinə baxılır.

Bu məsələnin həlli

$$\begin{aligned} A(\lambda,\mu) &= A_0 + \lambda A_1 + ... + \lambda^n A_n + \mu A_{n+1} \\ B(\lambda,\mu) &= B_0 + \lambda B_1 + ... + \lambda^m B_m + \mu B_{m+1} \end{aligned} \qquad (2)$$

kimi ikiparametrli sistemin həllinə gətirir.

Burada, A_i - H_1 və H_2 Hilbert fəzalarının tenzoru hasilində xətti operatorlardır. $\hat{x}_k \in H_1 \otimes H_2$

Teorem. Tutaq ki, $n > m$ və aşağıdakı şərtlər ödənilir:

a) A_i operatorları H_1 seperabel Hilbert fəzasında təsir göstərir və

$$A_i \in G_\infty,\ A_n = A_n^*, (i = 0,1,...,n),\ A_i A_n^{-\frac{i}{n}} \in G_\infty,\ KerA_n = \{\theta\}$$

b) B_i operatorları sonlu ölçülü H_2 Evklid fəzasında təsir göstərir.

$$KerB_{m+1} = \{\theta\} .$$

Onda (2) sisteminin məxsusi və qoşma vektorları sistemi $H_1 \otimes H_2$ fəzasında n-qat tam sistem əmələ gətirir.

İsbatı. (2) tənliyində ixtiyari λ parametrini qeyd edək. Tutaq ki, $\lambda = \lambda_0$. Onda μ parametrindən xətti asılı olan iki dəstə , $A(\lambda_0, \mu)$, $B(\lambda_0, \mu)$ dəstələrini alarıq.

Bu dəstələrin rezultantı olan

$$R(A(\lambda_0,\mu),B(\lambda_0,\mu))=\begin{pmatrix}\left(A_0+\lambda_0 A_1+\ldots+\lambda^n A_n\right)^+ & A_{n+1}^+\\ \left(B_++\lambda_0 B_1+\ldots+\lambda^m B_m\right)^+ & B_{m+1}^+\end{pmatrix},$$

operatoru $H_1\otimes H_2$ tenzor hasilinin düz cəmində təsir göstərir.

$A(\lambda_0,\mu)$ və $B(\lambda_0,\mu)$ dəstələrinin eyni məxsusi qiymətə malik olmaları üçün zəruri və kafi şərt, bu dəstələrin rezultantının nüvəsinin sıfırdan fərqli elementə malik olmasıdır. Bu isə $A(\lambda_0,\mu)$ və $B(\lambda_0,\mu)$ dəstələrinin spektrinin diskretliyi şərtidir. Teoremin isbatı elə qurulur ki, rezultantın nüvəsinin $\left(\hat{x},\hat{y}\right)\in\left(H_1\otimes H_2\right)^2$ elementinin birinci koordinatı, parametrin $\lambda=\lambda_0$ qiymətində tənliyin məxsusi vektoru ilə üst-üstə düşür.

$$\begin{aligned}&[E\otimes B_{m+1}-A_{n+1}\otimes B_0+\lambda(A_1\otimes B_{m+1}-A_{n+1}\otimes B_1)+\\&+\lambda^2\left(A_2\otimes B_{m+1}-A_{n+1}\otimes B_2\right)+\ldots+\lambda^m\left(A_n\otimes B_{m+1}-A_{n+1}\otimes B_m\right)+\\&+\lambda^{m+1}A_{m+1}\otimes B_{m+1}+\ldots+\lambda^n A_n\otimes B_{m+1}]\hat{x}=0\end{aligned}$$

Bundan başqa axırıncı tənlikdə onun λ_0 məxsusi qiymətinə uyğun olan hər bir məxsusi vektor, $R(A(\lambda_0,\mu),B(\lambda_0,\mu))$ rezultantının nüvəsinin elementinin birinci koordinatı ilə üst-üstə düşür.

$Ker\left(A(\lambda_0,\mu),B(\lambda_0,\mu)\right)\neq\{\theta\}$ şərtində alırıq ki, (2) ikiparametrli sistemi $\left(\lambda_0,\mu(\lambda_0)\right)$ məxsusi qiymətinə malikdir.

Tutaq ki, element

$$\left(\hat{x},\hat{y}\right)\in KerR(A(\lambda_0,\mu),B(\lambda_0,\mu)),\quad \hat{x}\in H_1\otimes H_2,\ \ \hat{y}\in H_1\otimes H_2,$$

yəni, $R(A(\lambda_0,\mu),B(\lambda_0,\mu))\left(\hat{x},\hat{y}\right)=0$

və ya

$$\begin{aligned}&\left(E_1+A_0+\lambda A_1+\ldots+\lambda^n A_n\right)^+\hat{x}+A_{n+1}^+\hat{y}=0\\&\left(B_0+\lambda B_1+\ldots+\lambda^m B_m\right)^+\hat{x}+B_{m+1}^+\hat{y}=0\end{aligned}\tag{3}$$

şəklindədir.

(3)-ün birinci tənliyinin sol tərəfinə $E_1\otimes B_{m+1}$ operatoru ilə, ikinci tənliyinə isə $A_{n+1}\otimes E_2$ operatoru ilə təsir edək. Birinci tənlikdən ikincini çıxaq, onda

$$\begin{aligned}&[(E_1+A_0)\otimes B_{m+1}-A_{n+1}\otimes B_0+\lambda(A_1\otimes B_{m+1}-A_{n+1}\otimes B_1)+\\&+\lambda^2\left(A_2\otimes B_{m+1}-A_{n+1}\otimes B_2\right)+\ldots+\lambda^m\left(A_m\otimes B_{m+1}-A_{n+1}\otimes B_m\right)+\\&+\lambda^{m+1}A_{m+1}\otimes B_{m+1}+\ldots+\lambda^n A_n\otimes B_{m+1}]\hat{x}=0\end{aligned}\tag{4}$$

alarıq.

(4) tənliyinə $\left(B_{m+1}^{-1}\right)^+$ operatoru ilə təsir etdikdə alarıq:

$$M(\lambda)\hat{x}=[E_1\otimes E_2+A_0\otimes E_2-A_{n+1}\otimes B_{m+1}^{-1}B_0+$$

$$+\lambda\left(A_1 \otimes E_2 - A_{n+1} \otimes B_{m+1}^{-1} B_1\right) + \lambda^2\left(A_2 \otimes E_2 - A_{n+1} \otimes B_{m+1}^{-1} B_2\right) + \tag{5}$$
$$+ \ldots + \lambda^m\left(A_m \otimes E_2 - A_{n+1} \otimes B_{m+1}^{-1} B_m\right) + \lambda^{m+1} A_{m+1} \otimes E_2 +$$
$$+ \ldots + \lambda^n A_n \otimes E_2\big]\hat{x} = \theta$$

Asanlıqla göstərmək olar ki, baxılan teoremin şərti, Keldışın Hilbert fəzasında spektral parametrdən polinomial asılı olan operator dəstəsinin qoşma vektorlar sisteminin çoxqat tamlığı haqqındakı [1] teoremi ilə uyğunlaşır.

$A_n \otimes E_2$ operatoru, $H_1 \otimes H_2$-də sonlu tərtibli tamamilə kəsilməz öz-özünə qoşma operatordur, belə ki, A_n-sonlu tərtibli tamamilə kəsilməz öz-özünə qoşma operator, E_2 -isə sonlu ölçülü H_2 fəzasında təyin olunmuş operatordur.

$A_i A_n^{-\frac{i}{n}}$ tamamilə kəsilməz operator olması şərti,

$\left(A_i \otimes E_2\right)\left(A_n \otimes E_2\right)^{-\frac{i}{n}}$ $(i = 1,2,\ldots,n-1,n+1)$ operatorlarının $H_1 \otimes H_2$ fəzasında tamamilə kəsilməz olması deməkdir.

Deməli, (5) tənliyinin öz-özünə qoşma vektorları $H_1 \otimes H_2$ fəzasında *n*-qat tam sistem müəyyən edir.

İndi isbat edək ki, (4) tənliyinin öz-özünə qoşma vektorları, (2) sisteminin öz-özünə qoşma vektorlarıdır, başqa sözlə, onlar da $H_1 \otimes H_2$-də n-qat tam sistem müəyyən edir.

Tutaq ki, $\hat{x}$- (4) tənliyinin məxsusi vektorudur. (4) tənliyində bəzi çevirmələr aparaq, onu aşağıdakı şəkildə göstərək:

$$\big[\left(E_1 + \lambda A_1 + \lambda^2 A_2 + \ldots + \lambda^m A_m + \lambda^{m+1} A_{m+1} + \ldots + \lambda^n A_n\right) \otimes E_2 -$$
$$- A_{n+1} \otimes \left(B_{m+1}^{-1} B_0 + \lambda B_{m+1}^{-1} B_1 + \ldots + \lambda^m B_{m+1}^{-1} B_m\right)\big]\hat{x} = 0 \tag{6}$$

(5) tənliyinə görə qeyd etməliyik ki,

$$\left(\hat{x}, \left(-B_{m+1}^{-1} B_0 + \lambda B_{m+1}^{-1} B_1 + \ldots + \lambda^m B_{m+1}^{-1} B_m\right)^{+} \hat{x}\right)$$

elementi, $R\left(A\left(\lambda^0, \mu\right), A\left(\lambda^0, \mu\right)\right)$ rezultantının nüvəsinə daxildir.

(Dzhabarzadeh,1998: 12-18**)** və (Dzhabarzadeh, 1999: 33-40) işlərində rezultantın nüvəsinin elementinin birinci koordinatı hərtərəfli analiz edilərək göstərilmişdir ki, baxılan halda bu element $\hat{x} \in H_1 \otimes H_2$ elementidir.

(Dzhabarzadeh,1998: 12-18) və (Dzhabarzadeh R., 1999:*33-40)* işlərində həmçinin göstərilir ki, $\hat{x}$,

$$x_i \otimes y_0 + x_{i-1} \otimes y_1 + \ldots + x_0 \otimes y_i \tag{7}$$

şəklində elementlərin xətti kombinasiyasıdır. Burada $x_0, \ldots, x_i$ (uyğun olaraq, $y_0, y_1, \ldots, y_i$)- $A\left(\lambda_0, \mu\right)$ (uyğun olaraq $B\left(\lambda_0, \mu\right)$) operatorunun ümumi $\mu\left(\lambda_0\right)$ məxsusi qiymətə uyğun öz-özünə qoşma vektorlarının kəsilmiş zəncirləridir, belə ki, $\hat{x}$ - $A\left(\lambda_0, \mu\right)$, $B\left(\lambda_0, \mu\right)$ dəstələrinin bütün ümumi məxsusi $\mu\left(\lambda_0\right)$ qiymətlərinə uyğun

Elmi Tədqiqat Beynəlxalq Elmi Jurnal. 2024 / Cild: 4 Sayı: 12 / 108-113
Scientific Research International Scientific Journal. 2024 / Volume: 4 Issue: 12 / 108-113 e-ISSN: 2789-6919

$$\left(A_0 \otimes B_{m+1} - A_{n+1} \otimes B_0\right)\bar{x} + \lambda\left(A_1 \otimes B_{m+1} - A_{n+1} \otimes B_1\right)\bar{x} + \ldots +$$
$$+\lambda^m\left(A_m \otimes B_{m+1} - A_{n+1} \otimes B_m\right)\bar{x} + \lambda^{m+1}A_{m+1} \otimes B_{m+1}\bar{x} + \ldots +$$
$$+\lambda^n A_n \otimes B_{m+1}\bar{x} = 0$$

elementlərinin xətti kombinasiyasıdır.

Asanlıqla göstərmək olar ki, $i = 0$ olduqda (7) elementləri (2) sisteminin məxsusi vektorları, $i = 1,2,\ldots,$ olduqda isə (2) sisteminin $x_0 \otimes y_0$ məxsusi vektoruna uyğun birinci, ikinci və s. qoşulmuş vektorları olur. Burada (2) sisteminin qoşulmuş vektorları λ parametrinə deyil, μ parametrinə nəzərən diferensiallanandır. Bu elementlər, (2) sisteminin $(\lambda_0, \mu(\lambda_0))$ məxsusi qiymətinə uyğundur.

Nəhayət göstərək ki, (6) tənliyinin qoşulmuş vektorları, (2) sisteminin qoşma vektorlarıdır.

$\operatorname{Re} s(A(\lambda_0,\mu), B(\lambda_0,\mu))$ operatoru $H_1 \otimes H_2$ tenzor hasilinin ikili forması olan $(H_1 \otimes H_2)^2$ düz cəmində aşağıdakı tənliyi yaradır:

$$\tilde{M}(\lambda)\begin{pmatrix}\hat{x}_0\\ \hat{x}_{0,1}\end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix}(E+A_0)^+ & A_{n+1}^+\\ B_0^+ & B_{m+1}^+\end{pmatrix} + \lambda_0\begin{pmatrix}A_1^+ & A_{n+1}^+\\ B_1^+ & B_{m+1}^+\end{pmatrix} + \lambda_0^2\begin{pmatrix}A_2^+ & A_{n+1}^+\\ B_2^+ & B_{m+1}^+\end{pmatrix} + \right.$$
$$\left. + \ldots + \lambda_0^m\begin{pmatrix}A_m^+ & A_{n+1}^+\\ B_m^+ & B_{m+1}^+\end{pmatrix} + \lambda_0^{m+1}\begin{pmatrix}A_m^+ & A_{n+1}^+\\ B_1^+ & B_{m+1}^+\end{pmatrix} + \ldots + \lambda_0^n\begin{pmatrix}A_n^+ & 0\\ 0 & B_{m+1}^+\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix}\hat{x}_0\\ \hat{x}_{0,1}\end{pmatrix} = 0 \qquad (8)$$

(8) tənliyi üçün Keldış teoreminin bütün şərtləri ödənilir. Nəticədə, $(H_1 \otimes H_2)^2$ fəzasında (8) öz-özünə qoşma vektorlar sisteminin n-qat tamlığı alınır. Buradan görünür ki, əgər $\left(\hat{x}_1, \hat{x}_{1,1}\right)$ vektoru, (8) tənliyinin məxsusi vektoruna uyğun birinci qoşulmuş vektordursa, onda

$$\tilde{M}(\lambda_0)\left(\hat{x}_1, \hat{x}_{1,1}\right) + \frac{d\tilde{M}(\lambda_0)}{d\lambda}\left(\hat{x}_0, \hat{x}_{0,1}\right) = 0\ ,$$

olur, başqa sözlə aşağıdakı

$$\left(E^+ + A_0^+\right)\hat{x}_1 + A_{n+1}^+\hat{x}_{1,1} + \lambda_0 A_1^+\hat{x} + \lambda_0 A_{n+1}\hat{x}_1 + \ldots + \lambda_0^m A_m^+\hat{x} +$$
$$+\lambda_0^m A_{n+1}^+\hat{x}_{1,1} + \lambda_0^{m+1}A_{m+1}^+\hat{x}_1 + \ldots + \lambda_0^n A_n^+\hat{x}_1 + A_1^+\hat{x}_0 + A_{n+1}^+\hat{x}_{0,1} +$$
$$+2\lambda_0 A_2^+\hat{x}_0 + 2\lambda_0 A_{n+1}^+\hat{x}_{0,1} + \ldots + m\lambda_0^{m-1}A_m^+\hat{x}_0 + m\lambda_0^{m-1}A_{m+1}^+\hat{x}_{0,1} + \ldots + n\lambda_0^{n-1}A_n^+\hat{x}_0 = 0$$

və

$$B_0^+\hat{x}_1 + B_{m+1}^+x_{1,1} + \lambda_0 B_1^+\hat{x}_1 + \lambda_0 B_{m+1}^+\hat{x}_{1,1} + \ldots + \lambda_0^m B_m^+\hat{x}_1 + \lambda_0^m B_{m+1}^+\hat{x}_{1,1} + \lambda_0^{m+1}B_{m+1}^+x_{1,1} + \ldots +$$
$$+\lambda_0^n B_{m+1}^+x_{1,1} + B_1^+\hat{x}_0 + B_{m+1}^+x_{0,1} + 2\lambda_0 B_2^+\hat{x}_0 + 2\lambda_0 B_{m+1}^+x_{0,1} + \ldots + \lambda_0^{m+1}B_m^+\hat{x}_0 + m\lambda_0^{m-1} \times$$
$$\times B_{m+1}^+\hat{x}_{0,1} + (m+1)\lambda_0^m B_{m+1}^+x_{0,1}^+ + \ldots + n\lambda_0^{n-1}B_{m+1}^+x_{0,1}^+ = 0$$

bərabərlikləri ödənilir.

Axırıncı bərabərlik göstərir ki, $\hat{x}_1$, çoxparametrli sistemin qoşulmuş vektorunun tərifini ödəyir. Nəticədə alırıq ki, (2) sisteminin qoşulmuş vektorudur.

Analoji qaydada göstərmək olar ki, tənliyin bütün qoşulmuş vektorları. (2) sisteminin qoşulmuş vektorlarıdır.

Teoreм isbat olundu.

Nəticə

Müxtəlif ikiparametrli sistemlərin məxsusi və qoşulmuş elementlərinin çoxqat tamlığı və çoxqat bazisliyi göstərilmişdir. Müəyyən şərtlər qəbul etdikdə ikiparametrli sistemlərin məxsusi və qoşulmuş elementləri tenzor fəzaların hasilində çoxqat tam sistem əmələ gətirir.

Ədəbiyyat

1. Dzhabarzade, R.M. (2004). Dvukhparametricheskaya sistema operatorov, polinO¬mI¬al'no zavisyashchaya ot spektral'nykh parametrov. *Doklady NANA*, t.IX, №1-2, s.9-17.
2. Dzhabarzadeh, R.M. (1998). Spectral theory of two parameter system in finite –di- mensional space. *Transactions of AS Azerbaijan*, v.XVIII, №3-4, p.12-18.
3. Dzhabarzadeh, R.M. (1999). Spectral theory of multiparameter system of operators in Hilbert space. *Transactions of Sciences of Azerbaijan*. V.XIX, №1-2, p.33-40, Baku "Elm" Publishing House.
4. Dzhabarzadeh, R.M., Salmanova, G.H. (2015). On Eigenvalues of Nonlinear Operator Pencils with Many parameters. *Open Science Journal of Mathematics and Application*. vol.3, issue 4, pp. 96-100.
5. Dzhabarzadeh, R.M. (1999). The multiparameter analoque of the Resolvent operator. *Proceeding of IMM of Azerbaijan AS*, v.XI-XIX, 38, 1999, p.38-44.
6. Keldysh, M.V. (1971). O polnote sobstvennykh funktsii nekotorykh klassov nesa-mosopryazhennykh lineinykh operatorov. *UMN*, 1971, t.27, vyp.4, s.15-17i resurs.
7. Salmanova, G.G. (2010). K spektral'noi teorii nesamosopryazhennykh dvukhparamet-richeskikh sistem. *Doklady Natsional'noi Akademii Nauk Azerbaidzhana*, tom LXVI, Baku, № 4, s. 3-8.
8. Salmanova, G.G. (2009). Spektral'nye voprosy polinomial'nykh operatornykh puchkov. - *Vestnik Bakinskogo Universiteta. Seriya fiziko-matematicheskikh nauk*. Baku, № 4, s. 59-64.
9. Salmanova, G.G. (sovmestno s R.M Dzhabarzade) (2010). K spektral'noi teorii polinomial'nykh puchkov i dvukhparametricheskaya zadacha. *Telavskii gosudarstvennyi universitet. TRANSACTIONS*, № 1, 2010, s. 34-47.

Daxil oldu: 04.10.2024
Baxışa göndərildi: 25.10.2024
Təsdiq edildi: 29.11.2024
Çap olundu: 30.12.2024