

DOI: <https://doi.org/10.36719/2663-4619/113/316-319>

İradə Şərifova

Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti

<https://orcid.org/0009-0008-3970-8061>

irada.sharifova.85@mail.ru

Replik sistemlərin topologiyada tətqiqi: çoxobrazlılar, kvaziçoxobrazlılar və soft topologiya ilə əlaqə

Xülasə

Replik sistemlər təbiətdə və texnologiyada tez-tez rast gəlinən, müəyyən bir quruluşun və ya davranışın təkrarlandığı sistemlərdir. Bu sistemlərdə lokal və ya global simmetriya, dövrlülük və struktur sabitliyi müşahidə olunur. Replik operatorlar isə bu təkrarlanmanı formal şəkildə ifadə etmək üçün istifadə olunan funksional mexanizmlərdir. Bu sənəddə replik sistem və replik operator anlayışları geniş şəkildə tərif və teoremlərlə izah olunur.

Açar sözlər: replik sistemlər, topologiya, çoxobrazlı, soft topologiya, replik operator

İrada Sharifova

Azerbaijan State Pedagogical University

<https://orcid.org/0009-0008-3970-8061>

irada.sharifova.85@mail.ru

Research on Replica Systems in Topology: Polymorphisms, Quasi-Polymorphisms and Their Relationship With Soft Topology

Abstract

Replicating systems are systems in which a certain structure or behavior is repeated, and they are frequently encountered in nature and technology. Such systems exhibit local or global symmetry, periodicity, and structural stability. Replic operators are functional mechanisms used to formally express this repetition. In this paper, the notions of replicating systems and replic operators are extensively explained through definitions and theorems.

Keywords: replicating systems, topology, manifold, soft topology, replic operator

Giriş

Topologiya riyaziyyatın əsas sahələrindən biri olmaqla, mürəkkəb sistemlərin strukturunun tədqiqində geniş tətbiq sahəsinə malikdir. Son illərdə replik sistemlər adlanan strukturların topoloji xüsusiyyətləri araşdırılmağa başlanmışdır. Bu sistemlər, çox vaxt çoxobrazlılar (manifolds) və kvaziçoxobrazlılar (quasimanifolds) kontekstində modelləşdirilir. Məqalənin məqsədi replik sistemlərin topoloji təhlilini aparmaq, onların çoxobrazlı və kvaziçoxobrazlı strukturlarda necə ifadə olunduğunu göstərmək, və bu yanaşmanı soft topologiya ilə birləşdirərək yeni baxış bucağı təqdim etməkdir. Soft topologiya klassik topologiyanın genişlənmiş formasıdır və qeyri-müəyyənlik, qeyri-səlislik və çoxqiymətlik kimi konsepsiyaları modelləşdirmək üçün istifadə olunur. Bu sahə ilk dəfə Molodtsov tərəfindən soft set nəzəriyyəsi ilə əlaqələndirilərək inkişaf etdirilmişdir. Soft topologiya müxtəlif sahələrdə – süni intellekt, qərar qəbul etmə, məlumatların təhlili və optimallaşdırma kimi – tətbiq olunur (Kon, 1968).

Tədqiqat

Tərif 1. M topoloji məkan çoxobrazlı (manifold) adlanır, əgər hər $x \in M$ nöqtəsinin bir $U \subseteq M$ açıq ətrafı mövcuddur ki, $U \cong \mathbb{R}^n$, yəni Evklid fəzasına homeomorfdur (Kurosh, 1973).

Tərif 2. Kvaziçoxobrazlı Q məkanındır ki, lokallıq və ya diferensiallıq hər nöqtədə tam təmin olunmasa da, lokal olaraq çoxobrazlı kimi davranır.

Tərif 3. (Replik sistem): Replik sistemlər bir struktur daxilində təkrarlanan, simmetrik və ya translasiya invariant olan alt sistemlərdən ibarətdir.

Tərif 4. (Topoloji replik operator): $R: X \rightarrow X$ təsviri replik operator adlanırsa, o zaman hər $x \in X$ üçün R lokal strukturun topoloji xüsusiyyətlərini dəyişmədən təkrarlanmasını təmin edir.

Teorem 1. Əgər M çoxobrazlıdır və $R: M \rightarrow M$ replik operatorudur, onda R -nin sabit nöqtələr çoxluğu M -də çoxobrazlı strukturunu saxlayır.

Teorem 2. Kvaziçoxobrazlı Q replik operatora görə invariantdırsa, o zaman replik strukturlar Q -də yalnız qismən topoloji invariantlığı təmin edir.

Nəticə 1. Kvaziçoxobrazlılar üzərində replik sistemlərin davranışı daha mürəkkəb ola bilər və burada qlobal qeyri-sabitlik müşahidə oluna bilər.

Replik sistem (X, R) olaraq təyin olunur, burada X topoloji fəza, R isə replik operatorudur (Pinus, 2005).

$$R(x) = T(x) + f(x)$$

burada T simmetriya yaradan operator, f isə lokal variasiyaları ifadə edir. Əgər T translasiya operatoru kimi qəbul olunarsa, bu struktur kristal tipli replik sistemlərdə istifadə oluna bilər.

Replik strukturlar fiberləşdirilmiş çoxobrazlılarda aşağıdakı şəkildə verilə bilər:

$$\pi: E \rightarrow B, \text{ burada } \pi^{-1}(b) \cong F$$

və replik operator $R: E \rightarrow E$ elə təyin olunur ki, baza B üzrə invariantlıq saxlanılsın.

Soft topologiya qeyri-müəyyən, qeyri-səlis və çoxqiymətli məlumatların təhlilində istifadə olunur. Replik sistemlərin soft topoloji strukturlar altında tədqiqi onların qeyri-dəqiq təbiətini modelləşdirmək üçün effektiv vasitədir.

Tərif 5. (Soft topoloji fəza) Soft topoloji məkan $(X, \mathcal{T}, E)$ üçlüyüdür, burada E parametrlər çoxluğudur, və $\mathcal{T}$ hər $e \in E$ üçün X -də adi topologiyaya oxşar ailedir.

Teorem 3. Əgər replik operator R soft topoloji məkan üzərində təyin olunubsa, və hər parametr üçün lokal sabitlik varsa, onda R soft invariant operator adlanır.

Tərif 6. Replik sistem – təkrarlanan alt strukturlardan və ya hissələrdən ibarət olan sistemdir. Bu təkrarlanma lokal və ya qlobal şəkildə baş verə bilər və adətən simmetriya, translasiya və ya fraktal xüsusiyyətlərə əsaslanır.

Replik sistemlərdə ümumiyyətlə bir baza struktur (şablon) mövcuddur və digər alt hissələr bu şablona uyğun olaraq yerləşdirilir. Biologiyada hüceyrə quruluşu, kristalloqrafiyada kristal qəfəs strukturları, riyaziyyatda isə fraktallar buna misaldır (Lidl, & Dil'ts, 1996).

Tərif 6. Replik operator – müəyyən bir məkan üzərində strukturun və ya funksiyanın təkrarlanmasını təmin edən təsvirdir. Formal olaraq, $R: X \rightarrow X$ operatoru elə olmalıdır ki, hər $x \in X$ üçün $R(x)$ sistemin strukturunu saxlayan və ya onun replikasını təşkil edən nöqtə olsun.

Əgər R operatoru struktur sabitliyini təmin edirsə, yəni $R(x) \approx x$ (lokal olaraq), bu zaman R replik invariant operator adlanır.

Teorem 4. Əgər (X, τ) topoloji məkanında replik operator $R: X \rightarrow X$ sabit nöqtələr çoxluğu ilə verilmişdirsə və bu sabit nöqtələr lokal homeomorfik struktura malikdirsə, onda sabit nöqtələr çoxluğu çoxobrazlı təşkil edir.

Teorem 5. Əgər replik operator R bir topoloji məkanda sabit lokal simmetriya yaradırsa, bu zaman bu məkanın hər replik çevrəsi replik sistemin elementidir. Replik operatorlar simmetrik strukturların və təkrarlanan konfigurasiyaların modelləşdirilməsində effektiv vasitədir (Mal'tsev, 1970).

Nümunələr 1.

1. 1D fraktal strukturda hər bir intervalın yarıya bölünüb təkrarlanması replik operatorla izah oluna bilər.

2. 2D kristal qəfəsində hər bir hüceyrə translasiya ilə digərinə bənzəyir: $R(x, y) = (x + a, y + b)$.

3. Hüceyrəvi avtomatlarda lokal qaydaların təkrarlanması replik dinamikaya misaldır.

Nümunə 2. Fraktal replikasiya modeli Verilmiş başlanğıc çoxluq $A \subseteq \mathbb{R}$, və təkrar operator $R(x) = x/2$ funksiyası ilə təyin olunmuşdur. Bu halda replik sistem aşağıdakı şəkildə təkrarlanır:

$$\begin{aligned} A_0 &= A \\ A_1 &= R(A_0) = \{x/2 : x \in A_0\} \\ A_2 &= R(A_1) = \{x/4 : x \in A_0\}, \text{ və s.} \end{aligned}$$

Bu modeldə hər iterasiya əvvəlkinin daha kiçik ölçülü kopyasını yaradır.

Replik operator: $R(x, y) = (x + a, y + b)$, burada $a, b \in \mathbb{R}$ sabit vektorlar. Bu operator hər bir atom mövqeyini eyni struktura malik yeni mövqeyə köçürür. Beləliklə, təkrarlanan hüceyrələr kristal strukturu formalaşdırır (Pinus, 1986).

Bu model qeyri-müəyyən və çoxparametrlı replik strukturların təsvirində istifadə olunur. Qalan iki hissə növbəti mərhələdə eyni qaydada təkrarlanır. Nəticədə sonsuz sayda təkrarlanan alt-intervallar alınır. Bu struktur replik sistemin sadə, lakin sonsuz iterativ modelidir.

Kristal Qəfəs Strukturu 2D müstəvidə verilmiş bərabər aralıqlı nöqtələr şəbəkəsi translasiya operatoru ilə yaranır: $R(x, y) = (x + a, y + b)$. Bu, kristal quruluşların riyazi modelləşdirilməsində istifadə olunur (Pinus, 2002).

Soft Topologiyada Replik Sistem Soft parametr çoxluğu E daxilində təkrarlanan strukturlar, qeyri-müəyyən vəziyyətlərdə belə replik sistemin sabitliyini təmin edir. Hər bir parametr üçün ayrıca replik operator fəaliyyət göstərir.

Soft çoxluq anlayışı klassik çoxluq anlayışının genişləndirilməsidir. Soft çoxluq bir parametr çoxluğu ilə birlikdə işləyir və obyektlərin müxtəlif parametrlər altında qiymətləndirilməsini mümkün edir.

Tərif 7. Verilmiş universal çoxluq U və parametr çoxluğu E üçün, soft çoxluq F , hər bir $e \in E$ üçün U -nın altçoxluğu olan funksiyadır $F: E \rightarrow P(U)$

Tərif 8. Soft topoloji məkan üçlük şəklində verilir: $(X, \mathcal{T}, E)$, burada:

- X universal çoxluqdur, - E parametr çoxluğudur,
- $\mathcal{T}$ hər $e \in E$ üçün X -də topologiyaya uyğun gələn soft çoxluqlar ailəsidir.

Soft topoloji məkanlarda açıq və qapalı soft çoxluqlar, daxili və qapanma əməliyyatları da müəyyən edilir. Bu əməliyyatlar parametrlə bağlı olaraq dəyişə bilər və klassik topologiyanın ümumiləşdirilmiş versiyası kimi çıxış edir.

Tərif 8. Soft çoxluq (F, E) soft açıq adlanır, əgər $F(e) \in \mathcal{T}(e)$ hər $e \in E$ üçün ödənilir.

Soft topologiyanın aşağıdakı tətbiq sahələri var:

- Qərar qəbul etmə sistemlərində qeyri-müəyyən məlumatların modelləşdirilməsi
- Tibbi diaqnostika sistemlərində parametr əsaslı qiymətləndirmələr
- Süni intellektə verilənlərin adaptiv təhlili
- Riyazi modellərdə fuzzy və soft yanaşmaların birləşdirilməsi

Soft topologiya klassik topologiyanın güclü ümumiləşdirilməsidir və qeyri-müəyyən, qeyri-səlis vəziyyətlərin daha dəqiq modelləşdirilməsinə imkan verir. Bu nəzəriyyə riyazi və tətbiqi baxımdan geniş imkanlara malikdir və gələcəkdə çoxsaylı sahələrdə daha da aktuallaşacaqdır (Plotkin, 1991).

Nəticə

Bu məqalədə replik sistemlərin çoxobrazlı, kvaziçoxobrazlı və soft topoloji kontekstlərdə tədqiqi aparıldı. Nəticələr göstərdi ki, belə sistemlərdə lokal sabitlik və qlobal mürəkkəbliylik arasındakı əlaqə topoloji modellərlə daha dəqiq ifadə oluna bilər. Gələcək tədqiqat istiqamətləri:

- Homoloji və kohomoloji struktur altında replik sistemlərin tədqiqi
- Fuzzy soft topologiyanın inteqrasiyası
- Replik sistemlər üçün topoloji invariantların qurulması

Replik sistemlər və replik operatorlar, təbiətdə və elmdə müşahidə olunan təkrarlanan strukturların riyazi modelləşdirilməsi üçün mühüm alətlərdir. Bu anlayışlar vasitəsilə həm lokal sabitlik, həm də qlobal struktur öyrənilə bilər. Onlar topologiya, həndəsə və sistem nəzəriyyəsində geniş tətbiq sahəsinə malikdir.

Ədəbiyyat

1. Kon, P. (1968). *Universal'naya algebra*. Moskva: Mir.
2. Kurosh, A. G. (1973). *Leksii po obshchey algebre*. Moskva: Nauka.
3. Lidl, R., & Dil'ts, R. (1996). *Prikladnaya abstraktnaya algebra*. Yekaterinburg: Izd-vo Ural'skogo gos. universiteta.
4. Mal'tsev, A. I. (1970). *Algebraicheskiye sistemy*. Moskva: Nauka.
5. Pinus, A. G. (2005). *Osnovy universal'noy algebry*. Irkutsk.
6. Pinus, A. G. (1986). *Kongruents-modulyarnyye mnogoobraziya algebr*. Irkutsk: Izd-vo IrGu.
7. Pinus, L. G. (2002). *Uslovnyye termy i ikh primeneniye v algebre i teorii vychisleniy*. Novosibirsk: Izd-vo Novosibirskogo gos. tekhn. universiteta.
8. Plotkin, B. I. (1991). *Universal'naya algebra, algebraicheskaya logika i bazy dannykh*. Moskva: Nauka.