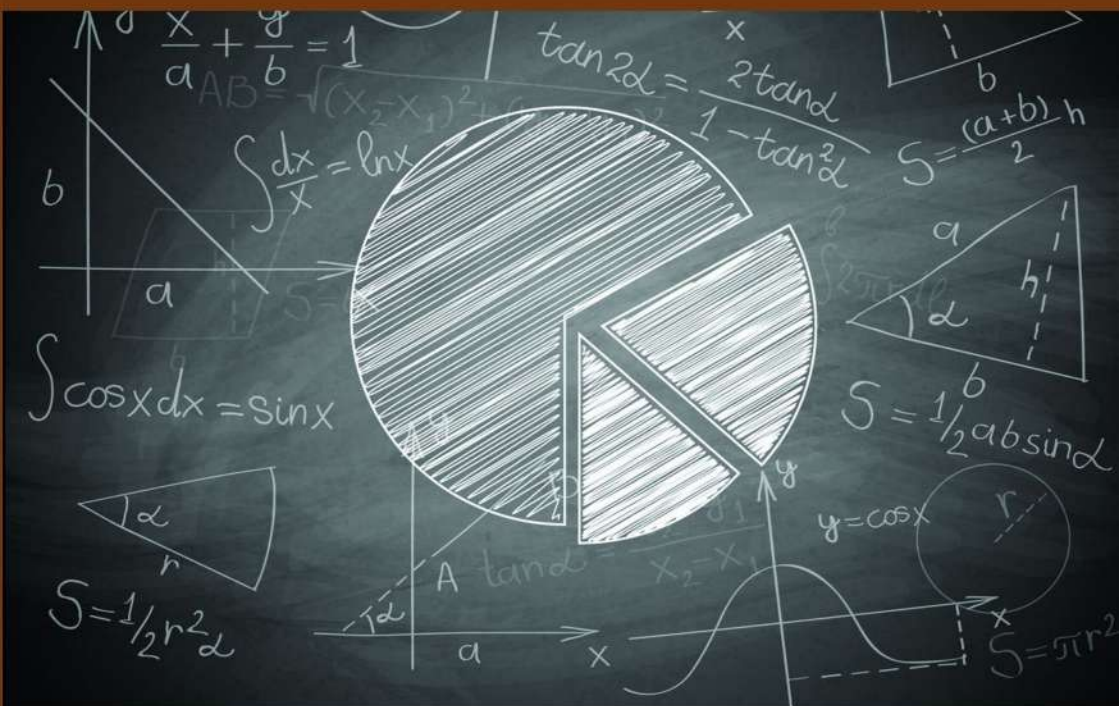


SEVİNC CƏFƏROVA
NÜŞABƏ SEİD

PEDAQOJİ KOLLEC ÜÇÜN RİYAZİYYAT KURSU



**SEVİNC RASİM QIZI CƏFƏROVA
NÜŞABƏ BABA QIZI SEİD**

PEDAQOJİ KOLLEC ÜÇÜN RİYAZİYYAT KURSU

(Dərs vəsaiti)

*ADPU-nun nəzdində Azərbaycan Dövlət Pedaqoji
Kollecin Pedaqoji Şurasının 23 sentyabr 2023-cü il
tarixli 1 sayılı qərarı ilə dərs vəsaiti kimi təsdiq
edilmişdir*

“ZƏNGƏZURDA” Çap Evi
BAKİ – 2024

Tərtib edənlər:

Seid Nüşabə Baba qızı

p.e.f.d., ADPU-nun nəzdində Azərbaycan Dövlət Pedaqoji
Kollecinin müəllimi

Cəfərova Sevinc Rasim qızı

f.e.f.d., ADPU-nun nəzdində Azərbaycan Dövlət Pedaqoji
Kollecinin müəllimi

Redaktor:

Məmmədova Məhbubə Ərzuman qızı

p.e.f.d., ADPU-nun nəzdində Azərbaycan Dövlət Pedaqoji
Kollecinin tədris işləri üzrə direktor müavini

Rəy verənlər:

Əzizbəyov Elvin İbrahim oğlu

f.r.e.n., Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Dövlət
İdarəçilik Akademiyasının İntellektual sistemlərin idarə
olunması kafedrasının müdiri, dosent

Ələkbərova Lətifə Böyükəğa qızı

ADPU-nun nəzdində Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Kollecinin
müəllimi

Nüşabə Seid, Sevinc Cəfərova. Pedaqoji Kolleç üçün

**riyaziyyat kursu. (Dərs vəsaiti). Bakı: “ZƏNGƏZURDA” Çap
Evi, 2024, - 132 səh.**

DOI: <https://doi.org/10.36719/2024/132>

© N.Seid, S.Cəfərova, 2024

© ZÇE, 2017

ÖN SÖZ

Hazırda köklü islahatlar aparılan ölkəmiz müasir dünyanın şəxsiyyətyönümlü təhsil sferasına daxil olmaq, tələbatlara uyğun integrativ məzmun, ən yeni təlim strategiyaları, qiymətləndirmə mexanizmləri, demokratik idarəetmə sistemi işləyib hazırlamaq üçün ənənəvi və mütərəqqi dünya texnologiyalarından yaradıcılıqla istifadə edir. Xüsusən də yeni tədris resurslarının yaradılması üzrə istehsalyönümlü tədbirlərin həyata keçirilməsi nəzərdə tutulur. Onların içərisində dərsləklərin hazırlanmasına prioritet istiqamətlərdən biri kimi yanaşılır. Tədris vəsaitlərindən biri kimi riyaziyyat dərsləyinin bütövlüyü, tamlığı onun məzmununda nəzəri materiallar, praktiki materiallar, təsviri materiallar, qiymətləndirmə materiallarının olmasını tələb edir. Nəzərdə tutulan bu materialların hər biri mühüm didaktik əhəmiyyət daşıyır. Şagirdlərin təlim fəaliyyətinə cəlb olunması, öyrənmə prosesinin təşkili və bacarıqların dəyərləndirilməsi baxımından imkanları ilə seçilir.

Təqdim olunan dərş vəsaiti Pedaqoji Kollecın tələbələrının bilik və bacarıqlarını nəzərə almaqla Dövlət təhsil standartlarını özündə əks etdirən fənn kurikulumlarına uyğundur. Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Kollecində iki illik ümumtəhsil riyaziyyat kursu yığcam şəkildə bir il ərzində tədris olunur, bu da riyaziy-

yatın qavranmasında tələbələrə çətinliklər törədir. Müəlliflərin fikrincə, bəzi mövzuların izahının sadələşdirilmiş formada, tapşırıq və məsələlərin daha asan olması məqsədəuyğundur, bu da öz əksini vəsaitdə tapmışdır. Təklif olunan tapşırıqların bir hissəsi müəlliflər tərəfindən tərtib olunmuşdur, bir sıra çalışmalar isə başqa vəsaitlərdən götürülmüşdür.

Müəlliflərin fikrincə, bu dərs vəsaiti, yəqin ki, nöqsansız deyil. Buna görə də gələcəkdə vəsaitin daha da keyfiyyətli olması üçün arzu, təklif və rəylərini ADPU-nun nəzdində Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Kolleginin “Riyaziyyat və informatika” fənn birləşməsinə göndərən oxuculara əvvəlcədən öz minnətdarlığımızı bildiririk.

§ 1. FUNKSİYALAR

FUNKSİYANIN TƏRİFİ VƏ VERİLMƏ

ÜSULLARI

Tutaq ki, X və Y çoxluqları verilib. X çoxluğunun hər bir elementinə Y çoxluğunun yeganə elementini qarşı qoyan uyğun varsa, belə uyğunluğa **funksiya deyilir** və $y=f(x)$; $y=g(x)$; $y=h(x)$; $y=\varphi(x)$ işarə olunur. Yəni funksiya — X çoxluğunun hər bir elementinə qarşı Y çoxluğunun bir elementini uyğun qoyan $f(x)$ münasibətidir.

X dəyişəni argument və ya sərbəst dəyişən, **y dəyişəni** funksiya və ya asılı dəyişən adlanır.

Funksiya bir x -ə qarşı bir y və ya bir neçə x -ə qarşı bir y qoya bilər. Tərsi doğru deyildir; yəni bir x -ə qarşı bir neçə y qoyula bilməz. **Sərbəst dəyişənin**-argumentin aldığı qiymətlər çoxluğu (X çoxluğu) funksiyanın təyin oblastıdır və $D(y)$ kimi işarə olunur. Asılı dəyişənin-funksiyanın tapılmış qiymətləri funksiyanın qiymətlər çoxluğudur (Y çoxluğu) və $E(y)$ kimi işarə olunur.

Funksiya müxtəlif üsullarla verilir: analitik, cədvəl, qrafik, asılılıq xətləri ilə (qraf).

1. Analitik üsul – funksiyanın düstur vasitəsi ilə verilməsi. Məsələn, $y=5x^2+2x$ və ya $y = \sqrt{6x - 7}$

Verilmiş argumentin qiymətində funksiyanın qiymətini tapmaq üçün verilmiş funksiyanın düsturunda

x-in yerinə argumentin qiymətini qoyub hesablamaq lazımdır.

Misal. $f(x)=3x^2-4x$ funksiyanın qiymətini $x=-3$ qiymətində tapın.

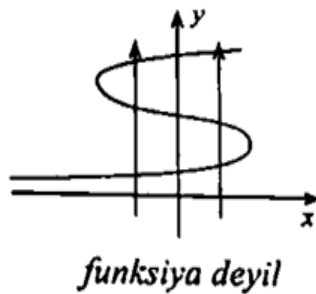
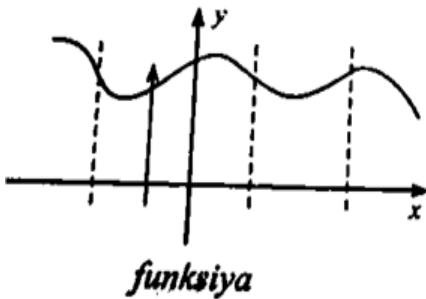
x dəyişəni -3 qiyməti ilə əvəz edib, hesablayırıq
 $f(-3)=3\cdot(-3)^2-4\cdot(-3)=27+12=39$

2. Cədvəl üsulu - funksiyanın x və uyğun y qiymətlərinin cədvəl vasitəsi ilə verilməsi.

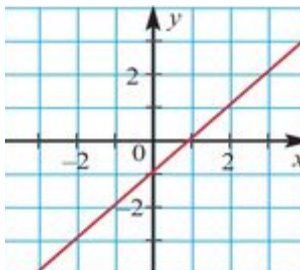
<u>t (saat)</u>	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>	<u>11</u>
<u>T (°)</u>	<u>14</u>	<u>14</u>	<u>14,5</u>	<u>14,5</u>	<u>15</u>	<u>15</u>	<u>16</u>	<u>16</u>	<u>16</u>	<u>16,5</u>	<u>16,5</u>	<u>17</u>

Cədvəli qurmaq üçün argumentə istənilən qiymət verilir və uyğun funksiya qiyməti hesablanır.

3. Qrafik üsul - funksiyanın əyani təsviri.



XOY düzbucaqlı koordinat sistemində $(x;f(x))$ nöqtələr çoxluğuna $y=f(x)$ funksiyanın qrafiki deyilir.



Qeyd. Müstəvi üzərində verilmiş əyrini Ox oxuna perpendikulyar keçirilən ixtiyari düz xətt yalnız bir nöqtədə kəsirsə, bu, əyri funksiyanın qrafikidir, əks halda bu, əyri funksiya təyin etmir.

Tapşırıqlar.

1. Verilmiş funksiyalarda $y(2)$, $y(-3)$ və $y(0)$ hesablayın.

a) $y=3x+4$

b) $y=6-5x$

c) $y=x^2-4x$

d) $y=6-2x-4x^2$

e) $y=\frac{1-x}{2x+1}$

2. $f(x)=\sqrt{5x+6}$ funksiyası verilmişdir. Aşağıdakı qiymətləri tapın.

a) $f(2)$ b) $f(-1)$ c) $f(0)$ d) $f(a)$ e) $f(a+3)$

3. $x=6$ və $x=-4$ qiymətlərdə aşağıdakı funksiyaların qiymətini tapın.

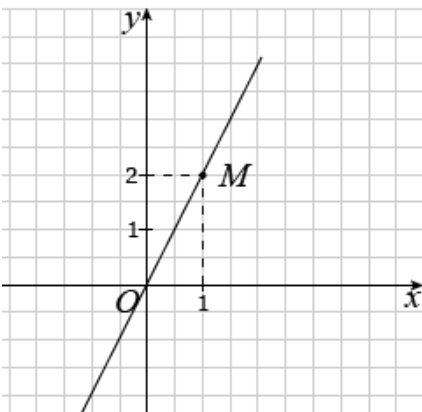
a) $y=x^2-7$ b) $y=5x-2$ c) $y=2x^2-x-5$ d) $y=x^3+1$

4. $g(x)=x^2+5x-q$ funksiyada $f(0)=4$ olarsa, q -nin qiymətini tapın.

5. $y=x^7-2x$ olarsa, aşağıdakıları hesablayın.

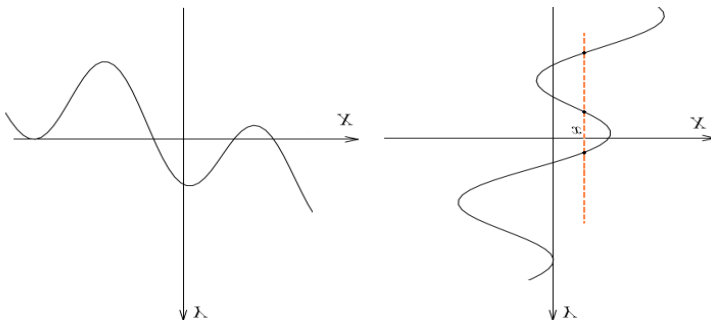
- a) $y(2)+y(-2)$
- b) $y(1)+y(-1)$
- c) $y(5)+y(-5)$
- d) $y(-4)+y(4)$

6. Qrafikə əsasən təyin edin.



- a) $y(-1)$
- b) $y(1)$
- c) $y(3)$
- d) $y(2)$
- e) $y(0)$

7. Verilən asılılıqların funksiya olub-olmadığını müəyyən edin.



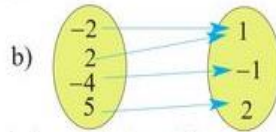
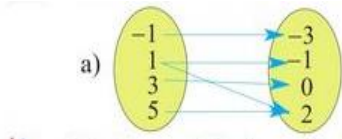
8. Qiymətini hesablayın.

1) $f(x)=10-2x$ olarsa, $f(-4)$

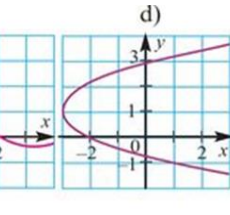
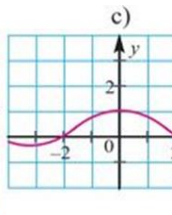
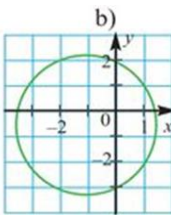
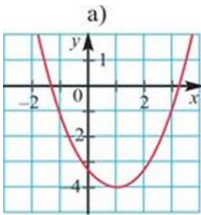
2) $y=\sqrt{6x + 25}$ olarsa, $y(0)$

3) $x=-2$ olarsa, $y=x^3+3x^2$

9. Uyğunluğun funksiya olub-olmadığını müəyyən edin.



10. Aşağıdakı qrafiklərdən hansılar funksiyanı təsvir edir?



11. Uyğunluğun funksiya olub-olmadığını müəyyən edin.

a)

x	3	0	0	-1	-3
y	-4	-3	-1	-2	0

b)

x	7	6	5	4	3
y	-1	2	-1	2	3

12. A nöqtəsinin $y=5x+4$ funksiyanın qrafikinə aid olduğunu müəyyən edin.

- a) $A(0;4)$
- b) $A(-3;-11)$
- c) $A(1,6;8)$
- d) $A(-2,3;15,5)$

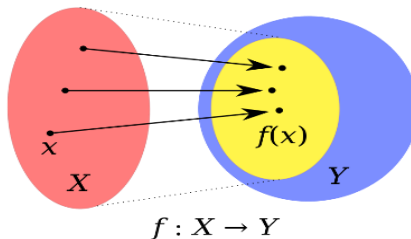
13. $f(x)=2x-b$ funksiyanın qrafiki $C(4;6)$ nöqtəsindən keçirsə, b -nin qiymətini tapın.

14. $f(x)=\frac{2x-9}{x}$ funksiyası verilmişdir. Aşağıdakı qiymətləri tapın.

- a) $f(2)$
- b) $f(-1)$
- c) $f(9)$
- d) $f(m)$
- e) $f(m-2)$

FUNKSIYANIN TƏYİN OBLASTI VƏ QİYMƏT ÇOXLUĞU

Funksiyanın təyin oblastı — onun təyin olunduğu çoxluqdur. Funksiyanın təyin oblastı x -in ala biləcəyi qiymətləridir.



Təyin oblastının bütün elementlərinin obrazları (yəni y -nin qiymətləri) çoxluğuna isə funksiyanın qiymətlər çoxluğu deyilir.

Tutaq ki, F funksiyası X çoxluğunu Y çoxluğuna qarşı qoyur. Bu zaman X çoxluğu F funksiyanın təyin oblastı adlanır. Y çoxluğu isə F funksiyanın qiymətlər çoxluğunu müəyyən edir.

Bəzi funksiyaların təyin oblastının müəyyən edilməsi.

1. Funksiya sərbəst dəyişənə görə çoxhədli şəklində verilibsə, onun təyin oblastı bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur. Məsələn, $y=3x^5-2x^3+7x^2-3$ funksiyanın təyin oblastı $D(y)=(-\infty; \infty)$

2. İki çoxhədlinin nisbəti şəklində olan $y=\frac{P_n(x)}{Q_n(x)}$ funksiya rəşional funksiya adlanır. Rəşional funksiyaların məxrəcindəki çoxhədlinin qiyməti sıfıra bərabər ola bilməz.

$$\text{Deməli, } y=\frac{P_n(x)}{f(x)} \Rightarrow D(y) = \{x|f(x) \neq 0\}.$$

Məsələn, $y = \frac{6x+1}{2x-8}$ funksiyanın məxrəcini 0 bərabər edən qiymət $2x-8=0$ $2x=8$ $x=4$ təyin oblastına daxil deyil, yəni $D(y)=(-\infty;4)\cup(4;\infty)$

3. Kvadrat kök daxil olan funksiyalarda kökəlti ifadə mənfi qiymət ala bilməz. Bu zaman iki hal mövcuddur.

1) $y = \sqrt{f(x)}$. Onda təyin oblastı $D(y) = \{x | f(x) \geq 0\}$. Məsələn, $y = \sqrt{5x - 20}$ funksiyanın təyin oblastı $5x - 20 \geq 0$ $5x \geq 20$ $x \geq 4$.

Deməli, təyin oblastı $D(y) = [4; \infty)$. Qiymətlər çoxluğu isə $E(y) = [0; \infty)$.

$$2) y = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}.$$

Bu halda təyin oblastı $D(y) = \{x | f(x) > 0\}$. Məsələn, $y = \frac{2x}{\sqrt{2x-6}}$ funksiyanın təyin oblastı $2x - 6 > 0$ $2x > 6$ $x > 3$. Deməli, təyin oblastı $D(y) = (3; \infty)$. Qiymət çoxluğu isə $E(y) = (0; \infty)$

Tapşırıqlar.

1. Aşağıdakı funksiyaların təyin oblastını tapın.

a) $y = 10 - 7x$

b) $y = \frac{6x+5}{3x-9}$

c) $y = \frac{2x}{x^2-4}$

d) $y = x^2 + 12x - 18$

e) $y = \frac{6x+5}{2x^2-18}$

2. Kök işarəsi olan funksiyaların təyin oblastını tapın.

1) $y = \sqrt{5x - 12}$

2) $y = \sqrt{2x + 26}$

3) $y = \sqrt{10 - 5x}$

4) $y = \sqrt{72 - 8x}$

5) $y = \sqrt{0,4x + 1,2}$

6) $y = \frac{\sqrt{5x+15}}{x+1}$

$$7) y = \frac{3x-9}{\sqrt{2x}}$$

$$8) y = \frac{2x-6}{\sqrt{x+7}}$$

$$9) y = \frac{15}{\sqrt{6x+18}}$$

$$10) y = \frac{\sqrt{4x+16}}{3x+21}$$

3. Funksiyaların təyin oblastını tapın.

$$a) y = x^5 - 6x^3 + 2x^2 + 3x - 1$$

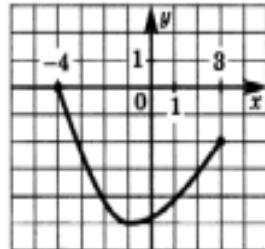
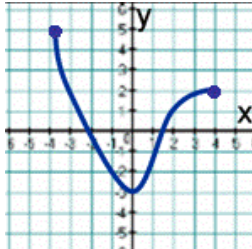
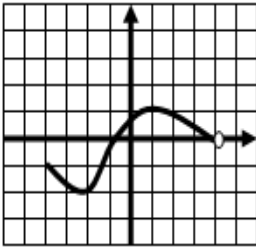
$$b) y = \frac{5x}{x+4}$$

$$c) y = \frac{2x-10}{3x-3}$$

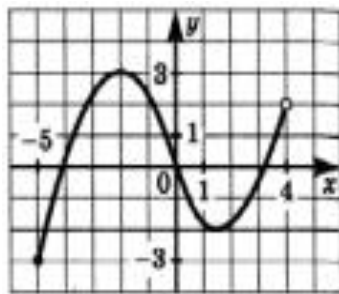
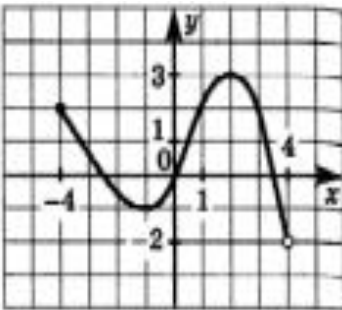
$$d) y = \frac{x}{x-1}$$

$$e) y = \frac{x-6}{2x+12}$$

4. Verilən funksiyaların təyin oblastını tapın.



5. Şəkildə göstərilən funksiyaların qiymət oblastını tapın.

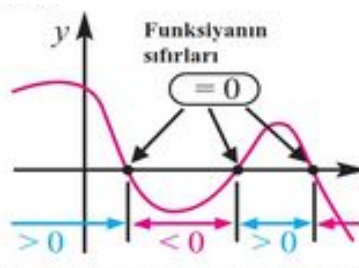


FUNKSIYANIN XASSƏLƏRİ

Funksiyanın xassələrinə aşağıdakılar aiddir:

1. Təyin oblastı
2. Qiymət çoxluğu
3. Funksiyanın cüt və ya tək olması
4. Funksiyanın sıfırları
5. Funksiyanın artması və azalması
6. Funksiyanın əkstremumları - ən böyük və ən kiçik qiyməti
7. Koordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələri

1. Arqumentin funksiyanı sıfıra çevirən qiymətlərinə funksiyanın sıfırları deyilir. Qrafikdə funksiyanın sıfırları OX oxu ilə kəsişmə nöqtələridir. $y=f(x)$ düsturu ilə verilən funksiyanın

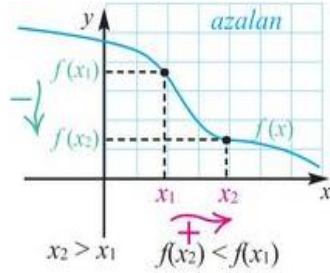
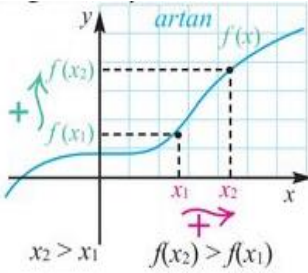


sıfırlarını tapmaq üçün $f(x)=0$ tənliyini həll etmək lazımdır. Tənliyin kökləri yoxdursa, funksiyanın sıfırları yoxdur.

Məsələn, $y=5x+12$ funksiyanın sıfırını tapmaq üçün $5x+12=0$ tənliyini həll edirik. $5x=-12$ $x=-12:5$ $x=-2,4$

2. Təyin oblastının müəyyən aralığından götürülmüş $x_2 > x_1$ şərtini ödəyən ixtiyari x_1 və x_2 üçün

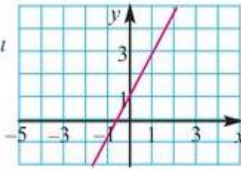
$f(x_2) > f(x_1)$ olarsa, funksiya bu aralıqda artan, $f(x_2) < f(x_1)$ olarsa, $f(x)$ azalan funksiya deyilir.



Deməli, X çoxluğunda argument artanda funksiyanın qiyməti də artırsa, bu funksiya artan, argument artanda funksiyanın qiyməti azalırsa, bu funksiya azalan olar. Məsələn, $f(x) = 2x^2 + 1$ funksiyası $[0; \infty)$ aralığında artır, $(-\infty; 0)$ azalır.

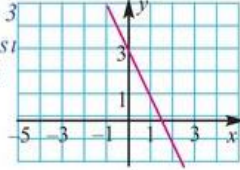
Bucaq əmsali müsbət olan xətti funksiyalar artandır.

$y = 2x + 1$
funksiyası
artandır



Bucaq əmsali mənfi olan xətti funksiyalar azalandır.

$y = -2x + 3$
funksiyası
azalandır

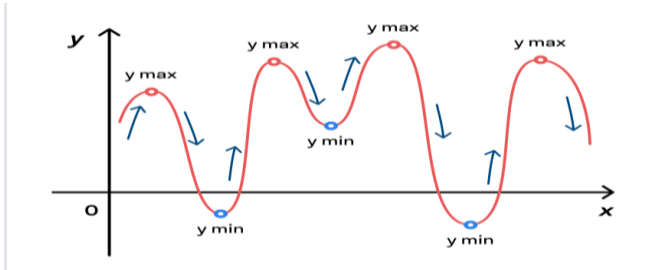


Bütün ədədi oxda artan və ya azalan funksiya monoton funksiya adlanır.

Məsələn, $y = 3x - 18$ monoton artan, $y = -2x^3 + 1$ monoton azalan funksiyaadır.

3. Funksiyanın ekstremumları. Bu ağır sözlərdən qorxmayın, əslində çox sadə bir anlayışdır.

Ekstremumlar - funksiyanın verilmiş çoxluqda aldığı ən böyük (maksimum) və ən kiçik (minimum) qiymətləridir.



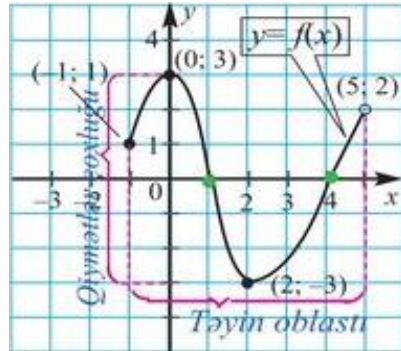
Qrafik üzərində artmanın azalma ilə və ya azalmanın artma ilə əvəz olduğu nöqtələr uyğun olaraq maksimum və minimumu göstərir. Minimum nöqtəsi funksiyanın ən kiçik qiymət aldığı, maksimum nöqtəsi isə funksiyanın ən böyük olduğu x dəyişənin qiymətidir. Riyaziyyatda minimum və maksimum nöqtələri, yəni $x_{\max}$ və $x_{\min}$, adətən ekstremum nöqtələri və ekstremum nöqtələrinə uyğun gələn funksiya qiyməti, yəni $y_{\max}$ və ya $y_{\min}$, funksiyanın ekstremumu adlanır. Ekstremum nöqtələrdə funksiya öz xarakterini dəyişir. Funksiya maksimum nöqtəsinə qədər artır, sonra isə azalmağa başlayır. Əksinə, minimum nöqtəyə qədər funksiya azalır, minimum nöqtəsini keçdikdən sonra funksiya artmağa başlayır. Məsələn, $y=x^2+3$ funksiyanın ekstremumu $y_{\min}=3$, ekstremum nöqtəsi $x_{\min}=0$ $y=(x-5)^2-12$ ekstremumu $y_{\min}=-12$, ekstremum nöqtəsi $x_{\min}=5$

4. OX oxu ilə kəsişmə nöqtəsində $y=0$, OY oxu ilə kəsişməsində $x=0$ qiymətlərini alır.

Funksiyanın araşdırılması

1. Təyin oblastı
 $D(y)=[-1; 5]$
2. Qiymət çoxluğu
 $E(y)=[-3; 3]$
3. Funksiyanın

sıfırları $x_1=1$ və $x_2=4$
(yaşıl nöqtələr)



4. Funksiya artır $[-1; 0] \cup [2; 5]$ və azalır $[0; 2]$

5. Ekstremumlar $y_{\max}=3$, $y_{\min}=-3$

Ekstremum nöqtələri $x_{\max}=0$, $x_{\min}=2$

6. OX oxu ilə kəsişmə nöqtəsi $(1; 0)$ və $(4; 0)$

OY oxu ilə kəsişmə nöqtəsi $(0; 3)$

Tapşırıqlar.

1. Aşağıdakı xətti funksiyaların sıfırlarını tapın.

a) $y=7-14x$

b) $y=3x+21$

c) $y=18x+36$

d) $y=2,6-13x$

e) $y=0,1x-0,04$

2. Aşağıdakı funksiyaların sıfırlarını tapın.

a) $y=-7x+21$

b) $y=12x-36$

c) $y=x^2+5x-24$

d) $y=9x^2-9$

e) $y=2x-1$

f) $y=x^2-16$

3. Verilən ədədlər sıfırları olan funksiyaların qrafikini təsvir edin.

a) -2 b) 3 c) -1 və 4 d) 3 və 7 e) 0 və 5

4. Verilən funksiyaların artan və ya azalan olduğunu müəyyən edin.

a) $y=2x-5$

b) $y=x^2+12$

c) $y=3x^3-10$

d) $y=x^2-6x-1$

e) $y=-2x+7$

f) $y=-x^3-4$

g) $y=-9x-1$

h) $y=-5$

5. Verilmiş funksiyaların sıfırları varsa, onları tapın.

1) $y=x^2+3$

2) $y=-(x+1)^2+25$

3) $y=10x-2$

4) $y=6x-24$

5) $y=|2x-8|$

6) $y=x-3$

6. Aşağıdakı kvadratik funksiyaları araşdırın.

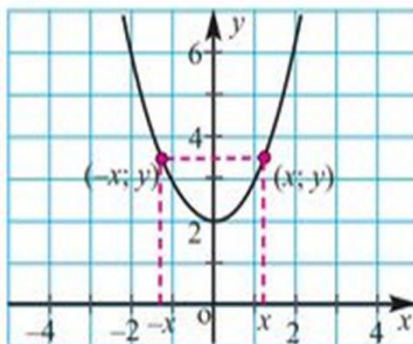
1) $y=(x-4)^2-1$

2) $y=3(x-5)^2-12$

3) $y=-(x+2)^2+16$

TƏK FUNKSIYA. CÜT FUNKSIYA

Təyin oblastında götürülmüş ixtiyari x üçün $f(-x)=f(x)$ olarsa, $f(x)$ funksiyasına cüt funksiya deyilir. Cüt funksiyanın qrafiki Oy oxuna nəzərən simmetrikdir.



Nümunə: $f(x)=3x^2-4$ cüt funksiya.

$$f(-x)=3(-x)^2-4=3x^2-4=f(x)$$

Cüt funksiylərə aiddir:

1) $y=kx^{2n}$ 2) $y=kx^{2n}+b$ 3) $y=\cos x$ 4) $y=|x|$

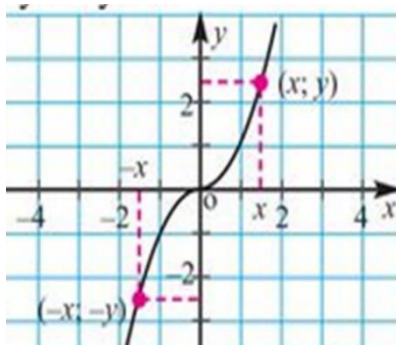
Təyin oblastında götürülmüş ixtiyari x üçün $f(-x)=-f(x)$ olarsa, $f(x)$ funksiyasına tək funksiya deyilir. Tək funksiyanın qrafiki koordinat sisteminin başlanğıcına nəzərən simmetrikdir.

Nümunə: $f(x)=2x^3-x$ tək funksiya.

$$\begin{aligned} f(-x) &= 2(-x)^3 - (-x) = \\ &= -2x^3 + x = -(2x^3 - x) = -f(x) \end{aligned}$$

Tək funksiylərə aiddir:

1) $y=kx^{2n+1}$
2) $y=\sin x$
3) $y=\tan x$
4) $y=\cot x$



Tapşırıqlar.

1. Aşağıdakı funksiyaların cüt və ya tək olduğunu müəyyən edin.

$$f(x)=2x^3 + 8x$$

$$f(x)=0,5x^2 + 3x + 5$$

$$g(x)=-5x^2 + 5x^3$$

$$g(x)=6x - 29x^3 + 3x^2$$

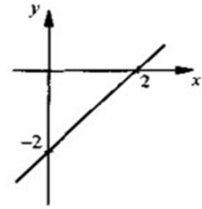
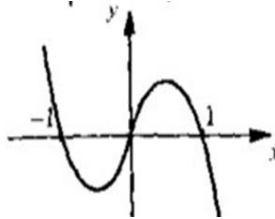
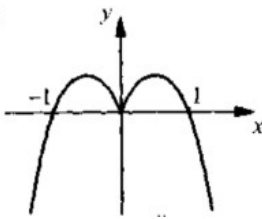
$$f(x)=2x^3 - 3x^2$$

$$f(x)=5x^2 + 3x^2$$

$$g(x)=-x^2 + 5x^2$$

$$g(x)=-2x^3 + 3x^3$$

2. Verilən qrafiklərə əsasən funksiyaların cüt və ya tək olduğunu müəyyən edin.



3. Verilən funksiyaların cüt və ya tək olduğunu müəyyən edin.

a) $f(x) = 5x^3 + x$

b) $f(x) = \frac{2}{x^3 - 3x}$

c) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2}$

d) $f(x) = 5x^3 + x^2 + 4$

4. $f(x)$ – həqiqi ədədlər çoxluğunda təyin olunmuş cüt və $[0; \infty)$ aralığında artan funksiyadır.

1) müqayisə edin: a) $f(5)$ və $f(7)$ b) $f(-2)$ və $f(-4)$

2) verilən funksiyanın qrafikini qurun.

5. Həqiqi ədədlər çoxluğunda təyin olunmuş $f(x)$ funksiyası verilmişdir.

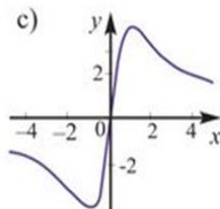
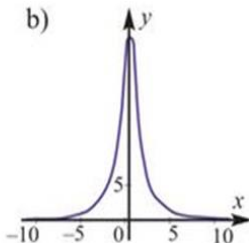
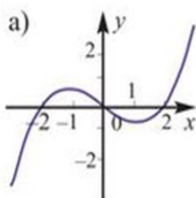
1) $f(x)$ – tək funksiya və $f(5)=6$ olduqda $f(-5)$ tapın.

2) $f(x)$ – tək funksiya və $f(-2)=9$ olduqda $f(2)$ tapın.

3) $f(x)$ – cüt funksiya və $f(4)=11$ olduqda $f(-4)$ tapın.

4) $f(x)$ – cüt funksiya və $f(-7)=15$ olduqda $f(7)$ tapın.

6. Verilən qrafiklərə əsasən funksiyların cüt və ya tək olduğunu müəyyən edin.



7. Funksiyaların tək-cütlüyünü araşdırın.

$f(x) = -x^2 + 6$	$f(x) = -x^3 + x$	$f(x) = x + 4$	$f(x) = x^{-2}$
$f(x) = x^2 + 1$	$f(x) = -3x^2 - 5$	$f(x) = x^3 $	$f(x) = \frac{ x }{x^2 + 1}$
$f(x) = -x^5$	$f(x) \equiv 0$	$f(x) = -x(x^2 + 5)$	$f(x) = \frac{ x }{x^3 - 1}$

Ümumiləşdirici tapşırıqlar.

1. Funksiya $f(x)=4x^2+8$ düsturu ilə verilir. $f(-2)$ qiymətini tapın.

2. Hansı funksiya azalandır?

a) $y=-7x+1$

b) $y=\frac{1}{5}x+2$

c) $y=-2x^2$

d) $y=-10$

e) $y=5x+9$

3. $y = \sqrt{18 + 9x}$ funksiyanın təyin oblastını tapın.

4. Uyğunluğun funksiya olub-olmadığını müəyyən edin.

a)

x	3	0	0	-1	-3
y	-4	-3	-1	-2	0

b)

x	7	6	5	4	3
y	-1	2	-1	2	3

5. $y = \frac{6x+5}{2x-18}$ funksiyanın təyin oblastını tapın.

6. $y=x^2-10x+16$ funksiyanın sıfırlarını tapın.

7. Əgər $f(4)=1$, $f(-3)=2$ və $y=f(x)$ tək funksiya olarsa, $2f(-4)+f(3)$ hesablayın.

8. Əgər $f(3)=4$, $f(-1)=2$ və $y=f(x)$ cüt funksiya olarsa, $f(-3)+2f(1)$ hesablayın.

9. X_0 nöqtəsində funksiyanın qiymətini tapın.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x \geq 1 \\ 1 - x, & x < -1 \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} x^3 - 2, & x \geq 0 \\ 2 - x^3, & x < 0 \end{cases}$$

$$X_0 = -2 \text{ və } X_0 = 4$$

$$X_0 = -3 \text{ və } X_0 = 1$$

10. Funksiyanın qrafikini qurun və sıfırlarını qrafikə əsasən tapın.

$$y = 2x - 4$$

$$y = 8x + 16$$

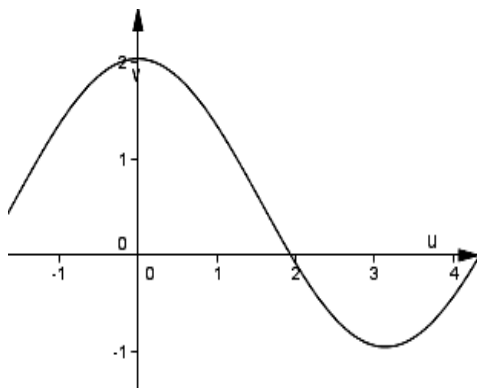
11. Funksiyaların təyin oblastını tapın.

$$y = \frac{\sqrt{2x-2}}{x-2}$$

$$y = x^4 - 5x^3 + 7$$

$$y = \frac{1}{36 - x^2}$$

12. Qrafikə əsasən funksiyanın azalma intervalını müəyyən edin.



13. Funksiya $f(x) = 4x^2 + 8$ düsturu ilə verilir. $f(-2)$ qiymətini tapın.

14. $y=x^3-3x^2+7$ funksiyanın təyin oblastını tapın.

15. $y=\frac{2x-18}{5-x}$ funksiyanın təyin oblastını tapın.

- 1) $(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$; 2) $(-\infty; 9) \cup (9; +\infty)$;
3) $(-\infty; -5) \cup (-5; +\infty)$; 4) $(5; 9]$.

16. Şəkildə verilmiş funksiyanın təyin oblastını tapın.

- 1) $[-2; 1]$; 2) $[-4; 4]$; 3) $[-2; 0]$; 4) $[-4; 4]$

17. $y=f(x)$ funksiya $[-3; 7; 4]$ parçasında grafik vasitəsi ilə verilir. Onun qiymət oblastını tapın.

- 1) $[0; 5]$ 2) $[-3; 5]$ 3) $[-3; 2]$ 4) $[4; 4]$

18. $y=-|x-3|-4$ funksiyanın ən böyük qiymətini (ekstremumu) tapın.

19. Hansı funksiya azalandır?

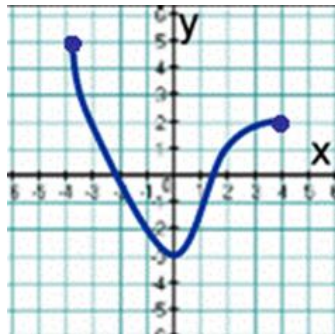
a) $y=4x+5$

b) $y=\frac{1}{4}x+2$

c) $y=2x-5$

d) $y=-6$

e) $y=-5x+3$



20. $y=f(x)$ həqiqi ədədlər çoxluğunda azalan funksiyadır. Funksiyanın $f(-\frac{2}{3})$, $f(-\frac{1}{4})$, $f(-\frac{5}{6})$, $f(\frac{3}{4})$ qiymətlərini azalan sırada düzün.

- a) $f(-\frac{2}{3})$, $f(-\frac{1}{4})$, $f(-\frac{5}{6})$, $f(\frac{3}{4})$
- b) $f(-\frac{1}{4})$, $f(-\frac{2}{3})$, $f(-\frac{5}{6})$, $f(\frac{3}{4})$
- c) $f(-\frac{5}{6})$, $f(-\frac{2}{3})$, $f(-\frac{1}{4})$, $f(\frac{3}{4})$
- d) $f(\frac{3}{4})$, $f(-\frac{5}{6})$, $f(-\frac{2}{3})$, $f(-\frac{1}{4})$
- e) $f(\frac{3}{4})$, $f(-\frac{1}{4})$, $f(-\frac{2}{3})$, $f(-\frac{5}{6})$

21. $y=x^5-2x$ olarsa, $y(2)+y(-2)$ hesablayın.

22. $y = \sqrt{72 - 8x}$ funksiyanın təyin oblastını tapın.



23. Uyğunluğun funksiya olub-olmadığını müəyyən edin.

24. Funksiyanın sıfırlarını tapın:

a) $y=9x+54$.

b) $y=6x-24$

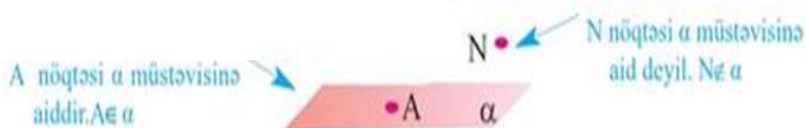
25. Hansı funksiya artan adlanır? $[-1; 5]$ aralıqda müəyyən olan hər hansı artan funksiyanın qrafikini təsvir edin.

§ 2. FƏZADA NÖQTƏ, DÜZ XƏTT, MÜSTƏVİ STEREOMETRİYA AKSIOMLARI

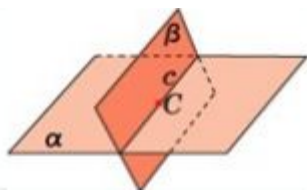
Həndəsənin fəza fiqurlarını öyrənən bölməsi stereometriya adlanır. Nöqtə, düz xətt və müstəvi fəza fiqurları kimi qəbul edilir. Müstəvi sonsuzdur, paralelogram şəklində təsvir edilir. Bir müstəvi üzərində yerləşən nöqtələr komplanar nöqtələr adlanır. Bir düz xətt üzərində yerləşən nöqtələr kollinear nöqtələr adlanır.

Fəzanın hər bir müstəvisində bütün planimetriyanın aksiomları və teoremləri doğrudur. Fəzada 3 əlavə aksiomlar qəbul edilir.

Aksiom 1. İxtiyari müstəvi üçün bu müstəviyə aid olan və aid olmayan nöqtələr var.



Aksiom 2. İki müxtəlif müstəvinin ortaq nöqtələri varsa, onlar bu nöqtələrdən keçən düz xətt üzrə kəşisirlər.



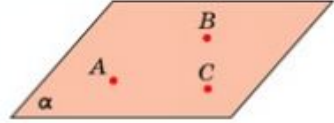
$$C \in \alpha, C \in \beta \Rightarrow C \in c$$

burada $c = \alpha \cap \beta$

Aksiom 3. Bir düz xətt üzərində olmayan üç nöqtədən bir və yalnız bir müstəvi keçir.

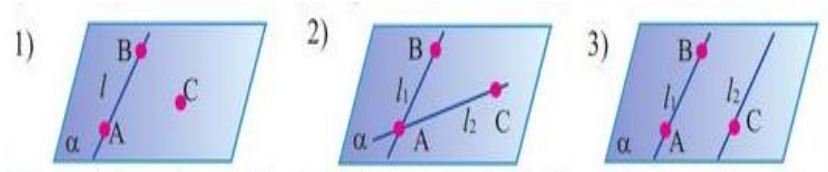
$$A, B, C \notin \text{bir düz xəttə} \Rightarrow A, B, C \in \alpha$$

Burada α – yeganə müstəvidir.



Stereometriya aksiomlarından çıxan nəticələr:

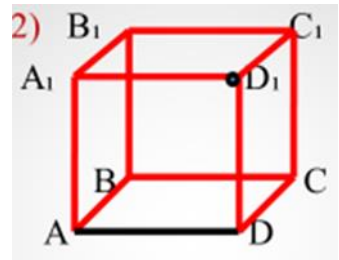
1. Düz xətt və bu düz xətt üzərində olmayan nöqtədən bir və yalnız bir müstəvi keçir.
2. İki kəsişən düz xətdən bir və yalnız bir müstəvi keçir.



3. Müxtəlif iki paralel düz xətdən bir və yalnız bir müstəvi keçir.

Tapşırıqlar.

1. Kubun seçilmiş elementlərindən (D_1 nöqtəsi və AD parçasından) neçə müstəvi çəkmək olar? Bu müstəviləri adlandırın.

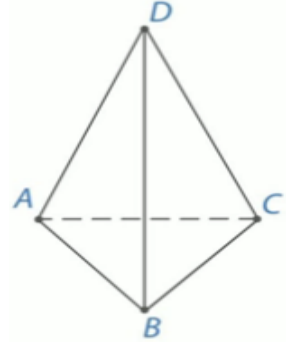


2. Üç verilmiş nöqtə cüt-cüt parçalarla birləşdirilmişdir. Bu parçaların hamısının bir müstəvi üzrə olduğunu isbat edin.

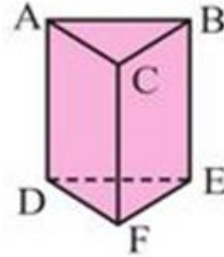
3. A, B, C və D nöqtələri bir müstəvi üzrə yerləşmir.

a) Nöqtələrdən ixtiyari üçü bir müstəvi üzərində ola bilərmi?

b) AB və CD xətləri kəsişə bilərmi?



4. Fiqurun üzlərini özündə saxlayan müstəviləri yazın.



5. Doğru olan mülahizələri seçin.

a) ixtiyari üç nöqtədən bir müstəvi keçir

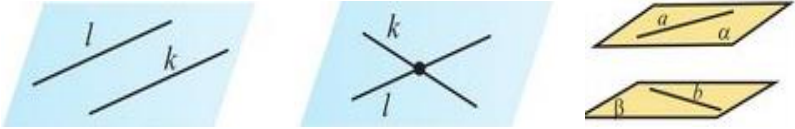
b) dörd müxtəlif nöqtə bir müstəvi üzərində yerləşmir

c) çevrənin üç nöqtəsi bir müstəviyə aiddirsə, onda çevrənin özü də həmin müstəviyə aiddir

6. Üçayaqlı stol həmişə yerə möhkəm oturur. Səbəbini izah edin.

FƏZADA DÜZ XƏTLƏRİN QARŞILIQLI VƏZİYYƏTİ

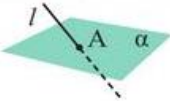
Fəzada iki düz xətt paralel ola bilər və ya kəsişə bilər.



Paralel olmayan düz xətlər fəzada kəsişməyə də bilər. Paralel olmayan və kəsişməyən iki düz xəttə çarpaz xətlər deyilir və $a \div b$ kimi yazılır.

Düz xətlə müstəvinin qarşılıqlı vəziyyətləri

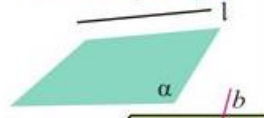
Düz xətlə müstəvinin yalnız bir ortaq nöqtəsi varsa, onda bu düz xətlə müstəvi kəsişirlər. $l \cap \alpha = A$



Düz xəttin iki nöqtəsi müstəvi üzərindədirsə düz xətt bütünlüklə müstəvi üzərindədir. $l \subset \alpha$

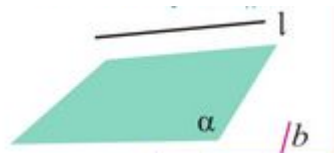


Ortaq nöqtəsi olmayan düz xətt və müstəviyə paralel düz xətt və müstəvi deyilir. $l \parallel \alpha$



FƏZADA DÜZ XƏTLƏRİN PARALELLİYİ

Fəzada eyni müstəvi üzərində olan və kəsişməyən düz xətlərə paralel düz xətlər deyilir. Ortaq nöqtəsi olmayan



düz xətt və müstəviyə paralel
düz xətt və müstəvi deyilir.

$l \parallel \alpha$

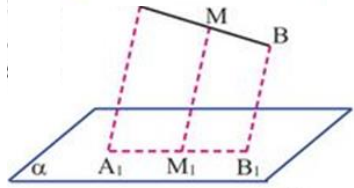
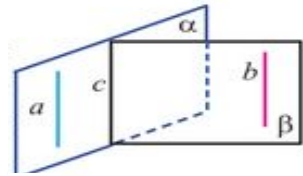
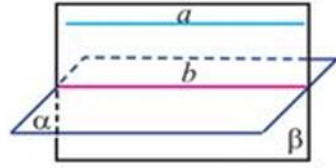
Teorem 1. (Düz xəttin müstəviyə paralellik əlaməti)

Müstəvi üzərində olmayan düz xətt, bu müstəvi üzərindəki hər hansı xəttə paraleldirsə, müstəvinin özünə də paraleldir.

Nəticə 1. Bir müstəvi digər müstəviyə paralel olan düz xətdən keçib onu kəsərsə, onda bu müstəvilərin kəsişmə xətti verilən xəttə paraleldir. 2. Kəsişən iki müstəvinin hər birinə paralel olan düz xətt bu müstəvilərin kəsişmə xəttinə paraleldir.

Teorem 2. Paralel düz xətlərdən keçən iki müstəvi kəsişərsə, onda onların kəsişmə xətti bu düz xətlərə paraleldir.

Teorem 3. Eyni bir düz xəttə paralel olan iki düz xətt öz aralarında da paraleldir.



Tapşırıqlar.

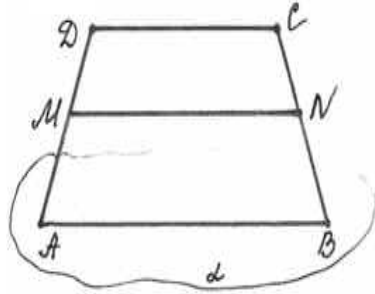
1. Müstəvinə kəsməyən AB parçasının uc nöqtələrindən və M orta nöqtəsindən bu müstəviyə çəkilmiş BB_1 , MM_1 , AA_1 mailləri bir-birinə paraleldir.

$AA_1=26\text{sm}$, $BB_1=14\text{ sm}$ olarsa, MM_1 parçasının uzunluğunu tapın.

2. Müstəvini kəsməyən AB parçasının uc nöqtələrindən və M orta nöqtəsindən bu müstəviyə çəkilmiş BB_1 , MM_1 , AA_1 mailləri bir-birinə paraleldir.

$AA_1=18\text{sm}$, $MM_1=8\text{ sm}$ olarsa, BB_1 parçasının uzunluğunu tapın.

3. ABCD trapesiyadır. AB α müstəvisinə aiddir. MN - ABCD trapesiyanın orta xəttidir. MN xəttinin α müstəviyə paralelliyini isbat edin.



4. Verilən nöqtədən verilən müstəviyə paralel düz xətt keçirin. Neçə belə düz xətt keçirmək olar?

5. Trapesiyanın orta xətti trapesiyanın β müstəvisilə üst-üstə düşməyən α müstəvisi üzərinə yerləşir. Trapesiyanın oturacaqları α müstəvisi ilə kəsişirmi? Cavabı əsaslandırın.

6. İfadələrdən hansı doğrudur?

1) əgər $a//b$, $b//c \Rightarrow$ onda $a//c$ 2) əgər $a//b$, c və a çarpaz düz xətlər $\Rightarrow$ onda c və b çarpaz xətlərdir.

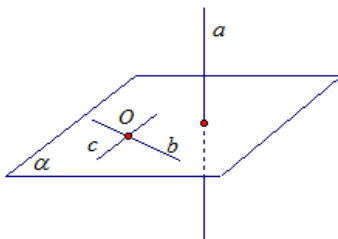
3) əgər a və b çarpaz, b və c çarpaz xətlər $\Rightarrow$ onda $a//c$

FƏZADA DÜZ XƏTLƏRİN PERPENDİKULYARLIĞI

Müstəvini kəsən düz xətt müstəvi üzərində olan və kəsişmə nöqtəsindən keçən ixtiyari düz xəttə perpendikulyardır, onda bu düz xətt müstəviyə perpendikulyardır.

Teorem 1. (Düz xəttin müstəviyə perpendikulyarlıq əlaməti)

Müstəvini kəsən düz xətt, onun üzərindəki iki kəsişən düz xəttə perpendikulyardır, müstəvinin özünə də perpendikulyardır.



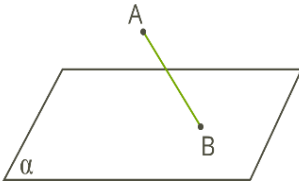
$$\begin{cases} a \perp b \ (b \subset \alpha) \\ a \perp c \ (c \subset \alpha) \\ b \cap c = O \end{cases} \Rightarrow a \perp \alpha$$

Nəticə 1. Düz xətt üzərində verilmiş nöqtədən bu xəttə perpendikulyar olan bir və yalnız bir müstəvi keçir. 2. Müstəvinin verilmiş nöqtəsindən bu müstəviyə bir və yalnız bir perpendikulyar xətt keçirmək olar.

Düz xətt müstəviyə perpendikulyardır, düz xətt ilə müstəvi arasındakı bucaq 90° -yə bərabərdir.

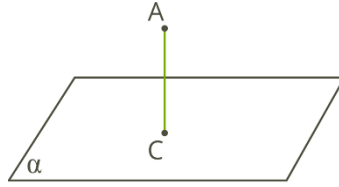
Verilmiş nöqtədən verilmiş müstəviyə çəkilmiş həmin müstəviyə perpendikulyar olmayan parça mail

adlanır. Parçanın müstəvi üzərində yerləşən ucuna mailin oturacağı deyilir.



AB-mail

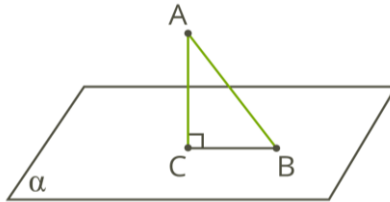
B-mailin oturacağı



AC-perpendikulyar

C-perpendikulyar oturacağı

Mailin və perpendikulyarın oturacaqlarını birləşdirən parça mailin müstəviyə proyeksiyası adlanır.

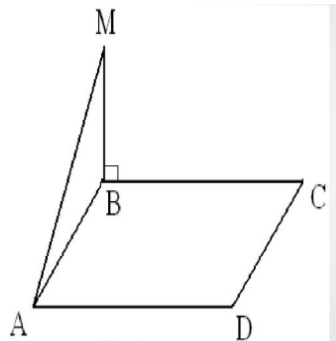


CB-mailin proyeksiyası

$$AB^2 = AC^2 + CB^2$$

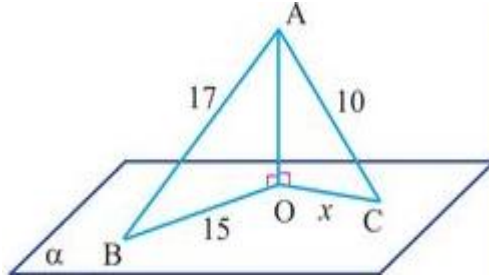
Tapşırıqlar.

1. Müstəvinə kəsməyən AB parçasının uc nöqtələrindən və M orta nöqtəsindən bu müstəviyə çəkilmiş BB_1 , MM_1 , AA_1 perpendikulyarlar bir-birinə paraleldir. $AA_1 = 18$ sm, $MM_1 = 6$ sm olarsa, BB_1 parçasının uzunluğunu tapın.



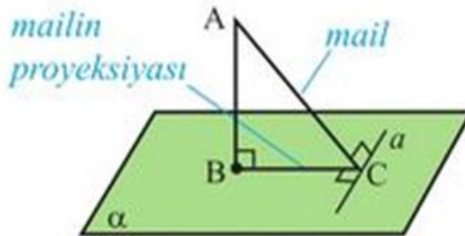
2. ABCD düzbucaqlıdır. M nöqtəsi ABCD müstəvisinə daxil deyil. $MB \perp BC$ olarsa, $AD \perp AM$ isbat edin.

3. Şəkildə verilənlərə görə x -i tapın.



4. Fəzanın bir nöqtəsindən müstəviyə 5 sm uzunluğunda mail və 4 sm uzunluğunda perpendikulyar çəkilmişdir. Mailin proyeksiyasını tapın.

ÜÇ PERPENDİKULYAR HAQQINDA TEOREM



Müstəvi üzərindəki düz xətt müstəviyə çəkilmiş mailin proyeksiyasına perpendikulyardırsa, o zaman həmin xətt mailin özünə də perpendikulyardır.

Yəni, $a \in \alpha$ $a \perp BC$ və $BC \perp AC$, onda $a \perp AC$

Bu teoremin tərsi də doğrudur. Tərs teorem: Müstəvi üzərindəki düz xətt müstəviyə çəkilmiş mailə perpendikulyardırsa, onda onun proyeksiyasına da perpendikulyardır

Nümunə: Düzbucaqlı ABC üçbucağının düz bucaq təpəsindən ABC müstəvisinə CM perpendikulyarının uzunluğu 12 sm-dir, üçbucağın düz bucaq təpəsindən hipotenuza çəkilmiş hündürlüyün uzunluğu isə 5 sm. M nöqtəsindən hipotenuza qədər məsafəni tapın.

Həlli: $CM=12\text{sm}$ $CD=5\text{sm}$

Deməli, Pifaqor teoreminə əsasən

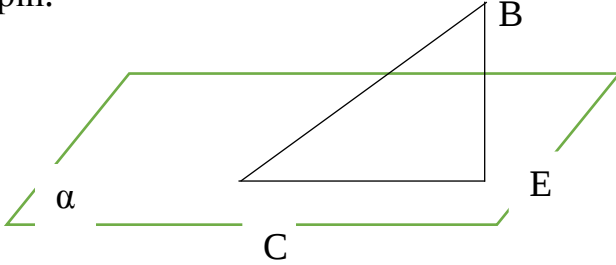
$$DM=\sqrt{CM^2 + CD^2} = \sqrt{12^2 + 5^2}=13$$

Tapşırıqlar.

1. Müstəvidən 3 sm məsafədə olan nöqtədən çəkilmiş mailin uzunluğu 5 sm olarsa, onun bu müstəvi üzərindəki proyeksiyasını tapın.

2. A nöqtəsindən iki kəsişən müstəvinin hər birinə qədər olan məsafə 7 sm, müstəvilərin kəsişmə xəttinə qədər olan məsafə isə 14 sm-dir. Bu müstəvilər arasındakı bucağı tapın.

3. CB parçasının α müstəvisi üzərindəki proyeksiyası CE-dir. CE=12 sm, BE=5 sm olarsa, CB parçasını tapın.



- A) 17 B) 12 C) 13 D) 7

4. A nöqtəsindən müstəviyə qədər məsafə 10 sm, həmin müstəviyə çəkilmiş mailin uzunluğu 26 sm olarsa, mailin proyeksiyasının uzunluğunu tapın.

5. Çevrənin mərkəzindən çevrənin müstəvisinə OM perpendikulyarı qaldırılmışdır. OM uzunluğu 12 sm, M nöqtəsindən çevrənin hər bir nöqtəsinə qədər məsafə 13 sm olarsa, çevrənin radiusunu tapın.

PERPENDİKULYAR MÜSTƏVİLƏR

Ortaq sərhədləri olan iki yarimmüstəvinin əmələ gətirdiyi fiqura ikiüzlü bucaq deyilir. Yarimmüstəvilər ikiüzlü bucağın üzləri, onların ortaq sərhədi isə ikiüzlü bucağın tili adlanır. İki müstəvinin kəsişməsindən 4 ikiüzlü bucaq alınır. İkiüzlü bucaq özünün xətti bucağı ilə ölçülür. Xətti bucağın dərəcə ölçüsü ikiüzlü bu-

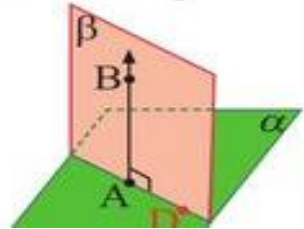
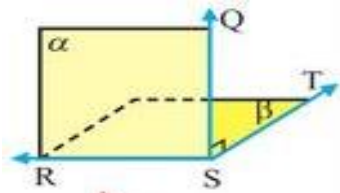
cağın dərəcə ölçüsünü göstərir. Xətti bucaq ikiüzlü bucağın hər hansı nöqtədə tilinə çəkilmiş perpendikulyarlar arasındakı bucaqdır. Xətti bucağın qiyməti onun təpə nöqtəsindən asılı deyil. İkiüzlü bucağın dərəcə ölçüsü 0^0 -dən 180^0 -yə qədər ola bilər.

Tərif. İki müstəvinin kəsişməsi ilə alınan ikiüzlü bucaq düz bucaq olarsa, bu müstəvilərə perpendikulyar müstəvilər deyilir.

Yəni $\angle QRS = 90^0$ olarsa, onda $\alpha \perp \beta$

Teorem.(müstəvilərin perpendikulyarlıq əlaməti)

Müstəvi digər müstəviyə perpendikulyar olan düz xətdən keçirsə, onda bu müstəvilər perpendikulyardır.



Təpşırıqlar.

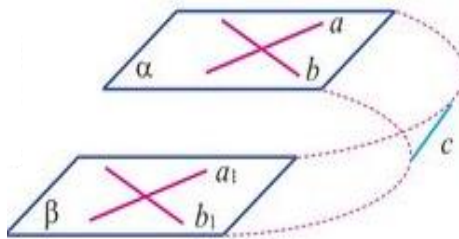
1. α və β müstəviləri perendikulyardır. α müstəvisi üzərindəki A və β müstəvisi üzərindəki B nöqtəsindən müstəvilərin kəsişmə xəttinə uzunluğu 5 və 12 sm olan perpendikulyar çəkilmişdir və bu perpendikulyarlar bir nöqtədə kəsişir. AB məsafəni tapın.

2. İki perpendikulyar müstəvinin birindən 6 sm, digərindən 8 sm məsafədə yerləşən nöqtədən bu müstəvilərin kəsişmə xəttinə qədər olan məsafəni tapın.

3. İki perpendikulyar müstəvinin hər birindən 3 sm məsafədə yerləşən nöqtədən bu müstəvilərin kəsişmə xəttinə qədər olan məsafəni tapın.

4. A və B nöqtələri perpendikulyar müstəvilər üzərindədir. Həmin nöqtələrdən müstəvilərin kəsişmə xəttinə qədər məsafələr uyğun olaraq 12 sm və 16 sm bərabərdir. A və B nöqtələri arasında məsafəni tapın.

PARALEL MÜSTƏVİLƏR



Ortaq nöqtəsi olmayan və ya üst-üstə düşən müstəvilərə paralel müstəvilər deyilir. α və β müstəvilərin paralelliyi $\alpha \parallel \beta$ kimi işarə olunur.

Teorem (iki müstəvinin paralelliyi əlaməti). Əgər bir müstəvinin iki kəsişən düz xətti uyğun olaraq digər müstəvinin iki kəsişən xəttinə paraleldirsə, onda bu müstəvilər bir-birinə paraleldir.

$$\left. \begin{array}{l} a \cap b \quad \vee \quad a_1 \cap b_1 \\ a \parallel a_1 \quad \vee \quad b \parallel b_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha \parallel \beta$$

Teorem. Müstəvi üzərində olmayan nöqtədən bu müstəviyə yalnız bir paralel müstəvi keçirmək olar.

Teorem. İki paralel müstəvi arasında qalan paralel düz xətt parçaları bərabərdir.

Tapşırıqlar.

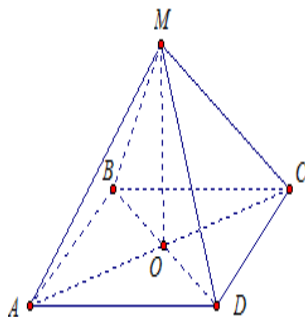
1. α və β müstəviləri bir-birinə paraleldir. α müstəvinin A və B nöqtələrindən β müstəvinə A_1 və B_1 nöqtələrində kəsən paralel xəttlər keçir. $AB=8$ sm olarsa, A_1B_1 parçanın uzunluğunu tapın.

2. Paralel iki müstəvi arasındakı məsafə 4 sm-ə bərabərdir. Ucları bu müstəvilər üzərində olan parçanın hər iki müstəvi üzərindəki proyeksiyası 3 sm-ə bərabər olarsa, parçanın uzunluğunu tapın.

3. Fəzanın M nöqtəsindən müstəviyə çəkilmiş düz xətt müstəvi ilə 30° -li bucaq yaradır. Mailin proyeksiyası 2 sm olarsa, mailin uzunluğunu tapın.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar.

1. $ABCD$ kvadratin diaqonallarının O kəsişmə nöqtəsindən kvadratin müstəvisinə OM perpendikulyarı qaldırılmışdır. $AB=4$ sm, $OM=1$ sm olarsa, AM -nin uzunluğunu tapın.



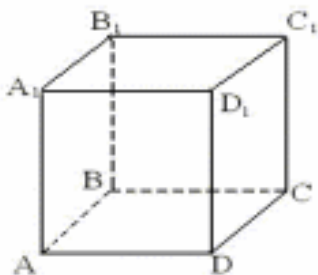


Fig. 1

2. a) DCC_1 müstəvisinə perpendikulyar parçaları sadalayın.

b) BB_1 parçasına perpendikulyar olan müstəviləri sadalayın.

c) CC_1 və DCB müstəvisinin qarşılıqlı vəziyyətini müəyyən edin.

d) D_1C_1 və DCB müstəvisinin qarşılıqlı vəziyyətini müəyyən edin.

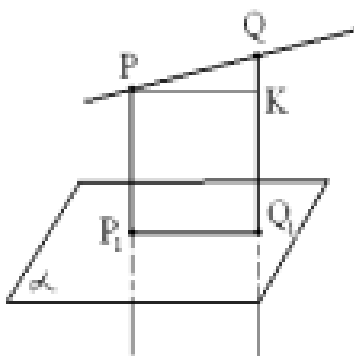


Fig. 7

3. PQ düz xəttin P və Q nöqtələrindən α müstəvisinə perpendikulyar çəkilən düz xətlər müstəvinə P_1 və Q_1 nöqtələrində kəsir. $PQ = 15$ sm; $PP_1 = 21,5$ sm və $QQ_1 = 33,5$ sm olarsa, P_1Q_1 parçanın uzunluğunu tapın.

4. $ABCD$ və $ABKM$ kvadratların müstəviləri birbirinə perpendikulyardır. $AB=4$ sm olarsa, D və M , K və C nöqtələri arasındakı məsafəni tapın.

5. Müstəvidən 12 sm məsafədə olan nöqtədən çəkilmiş mailin uzunluğu 13 sm olarsa, onun bu müstəvi üzərindəki proyeksiyasını tapın.

6. İki perpendikulyar müstəvinin hər birindən 5 sm məsafədə yerləşən nöqtədən bu müstəvilərin kəsişmə xəttinə qədər olan məsafəni tapın.

7. Paralel iki müstəvi arasındakı məsafə 8 sm-ə bərabərdir. Ucları bu müstəvilər üzərində olan parçanın uzunluğu 10 sm-ə bərabər olarsa, parçanın hər iki müstəvi üzərindəki proyeksiyasını tapın.

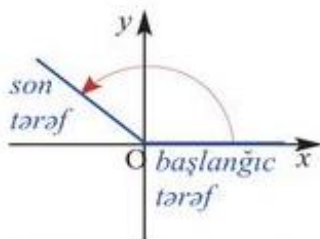
8. A və B nöqtələri perpendikulyar müstəvilər üzərindədir. A nöqtəsindən müstəvilərin kəsişmə xəttinə qədər məsafə 12 sm-ə bərabərdir. A və B nöqtələri arasında məsafə 15 sm olarsa, B nöqtəsindən müstəvilərin kəsişmə xəttinə qədər məsafəni tapın.

9. Fəzanın P nöqtəsindən müstəviyə çəkilmiş düz xətt müstəvi ilə 45° -li bucaq yaradır. P nöqtəsindən müstəviyə qədər məsafə 5 sm olarsa, mailin proyeksiyası uzunluğunu tapın.

10. α və β müstəviləri bir-birinə paraleldir. α müstəvinin A və B nöqtələrindən β müstəvinini A_1 və B_1 nöqtələrində kəsən paralel xəttlər keçir. $AB=12$ sm olarsa, A_1B_1 parçanın uzunluğunu tapın.

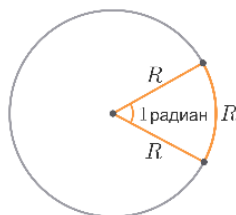
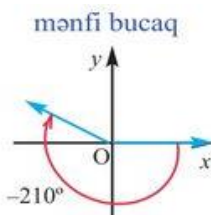
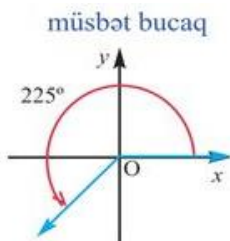
§ 3. BUCAĞIN TRIQONOMETRİK FUNKSİYASI. DÖNMƏ BUCAĞI. BUCAĞIN RADIAN ÖLÇÜSÜ

Bucağa dönmənin ölçüsü kimi baxmaq olar. Bu zaman bucağın bir tərəfi tərpənməz (başlanğıc tərəf), digər tərəfi isə təpə nöqtəsi ətrafında fırlana bilər (son tərəfi). Yəni is-

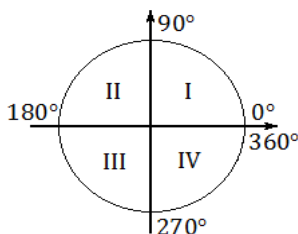


tənirlən bucağa şüanın öz başlanğıc nöqtəsi ətrafında fırlanmasından alınan fiqur kimi baxmaq olar.

Həm də bucağın qiyməti dönmənin istiqamətindən də asılıdır. Dönmə bucaqlarının başlanğıc tərəfləri eyni olub, absis oxunun müsbət istiqaməti ilə üst-üstə düşür. Dönmə saat əqrəbinin əksi istiqamətində olduqda bucaq müsbət, saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində olanda bucaq mənfi qəbul edilir.



Koordinat oxları müstəvini 4 rübə ayırır. Bucağın son tərəfi hansı rübə düşməyindən asılı olaraq onun qiyməti müəyyən intervalda dəyişir.



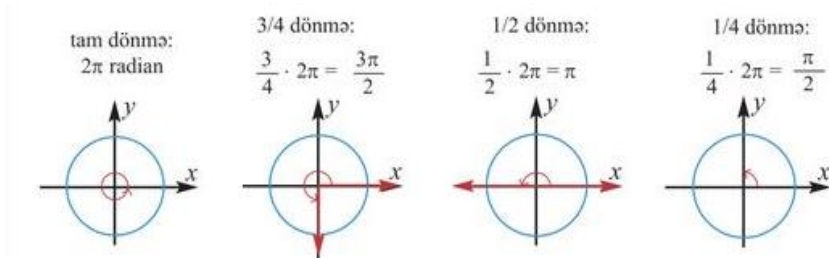
1. $\alpha \in (0^\circ; 90^\circ) \Rightarrow$ I koordinat rüb bucağı;
2. $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ) \Rightarrow$ II koordinat rüb bucağı;
3. $\alpha \in (180^\circ; 270^\circ) \Rightarrow$ III koordinat rüb bucağı;
4. $\alpha \in (270^\circ; 360^\circ) \Rightarrow$ IV koordinat rüb bucağı.

Son tərəfi bir neçə dəfə dönə bilər. Bir tam dönmə 360° uyğundur. Yəni α^0 və $\alpha^0 + 360^\circ$ bucaqları üst-üstə düşürlər. Radian uzunluğu radiusa bərabər olan qövsdür. Bu qövsə uyğun olan mərkəzi bucağın ölçüsü 1 radian olur. Çevrənin uzunluğu $2\pi R$ -dir, bu da 360° bucağına uyğundur. Sadə tənasüb qurub alırıq.

$$360^\circ \text{ ---- } 2\pi R$$

$$\text{Buradan } 1 \text{ radian} = \frac{360R}{2\pi R} = \frac{180^\circ}{\pi}$$

$$1 \text{ radian} \text{ ----- } R$$



Bir tam fırlanmadan alınan bucaq $360^0=2\pi$

Radianın dərəcəyə çevrilməsi:

$$2\pi \text{ radian} = 360^\circ$$

$$1 \text{ radian} = \frac{360^\circ}{2\pi} = \frac{180^\circ}{\pi}$$

$$1 \text{ radian} \approx 57^\circ$$

Dərəcənin radiana çevrilməsi:

$$2\pi \text{ radian} = 360^\circ$$

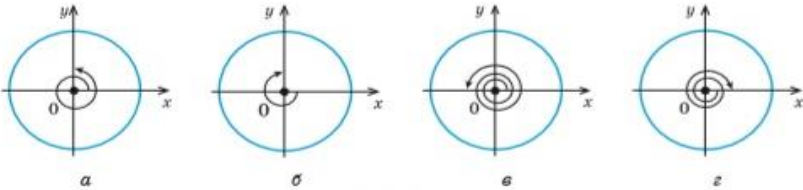
$$1^\circ = \frac{2\pi}{360} = \frac{\pi}{180}$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \approx 0,0175 \text{ radian}$$

Tapşırıqlar.

1. Bucaqları radiana çevirin: 30° ; 45° ; 60° ; 90° ; 270° ; 360° .

2. Şəkildə göstərilən bucaqları dərəcə və radianla ifadə edin.



3. $\frac{8\pi}{5}$ radian bucağını dərəcə ilə ifadə edin.

4. $\frac{5\pi}{6}$; $\frac{2\pi}{9}$; $\frac{2\pi}{3}$; $\frac{3\pi}{10}$ radian bucaqlarını dərəcə ilə ifadə edin.

5. 40° ; 120° bucaqları radiana çevirin.

6. Bucaqları dərəcə ilə ifadə edin.

a) $\frac{\pi}{15}$; b) $\frac{\pi}{12}$; c) $\frac{3\pi}{4}$; d) $\frac{\pi}{9}$ e) 2

7. $3 \cos \pi + \sin \frac{\pi}{2}$ ifadəsinin qiymətini tapın.

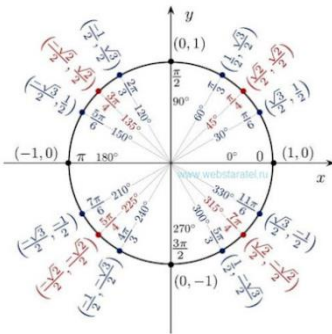
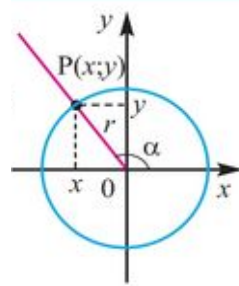
8. $x = \frac{\pi}{4}$ olduqda $y = \cos 2x - \sin 4x - \operatorname{tg} x$ funksiyanın qiymətini tapın.

TRİQONOMETRİK FUNKSİYALAR

Trigonometrik funksiyalar haqqında danışmadan əvvəl istifadə edəcəyimiz bəzi vacib anlayışları nəzərdən keçirək.

Vahid çevrə. Mərkəzi koordinat sisteminin başlanğıcında olan $r=1$ radiuslu çevrəyə vahid çevrə deyilir.

Bu çevrə ilə α dönmə bucağının son tərəfinin kəsişmə nöqtəsini $P(x;y)$ işarə edək. Onda bu nöqtənin ordinatının radiusa nisbəti α bucağının sinusu adlanır.

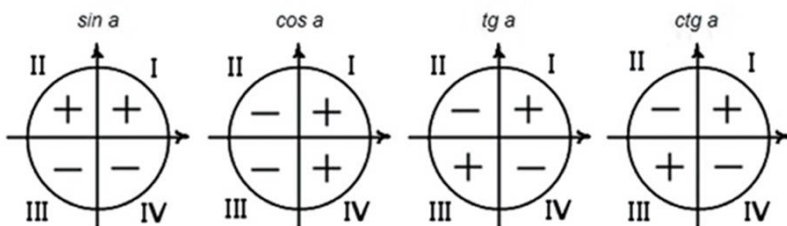


$\sin \alpha = \frac{y}{R}$. P nöqtəsinin absisi-
nin radiusa nisbəti α bucağı-
nın kosinusu adlanır: $\cos \alpha = \frac{x}{R}$
P nöqtəsinin ordinatının absi-
sinə nisbətində α bucağının tan-
gensi deyilir: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}$.

P nöqtəsinin absisinin or-

dinatına nisbətində α bucağının kotangensi deyilir.
 $ctg \alpha = \frac{x}{y}$.

α -nın mümkün olan hər bir qiymətinə $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $tg \alpha$ və $ctg \alpha$ -nın yeganə qiyməti uyğundur. Bucağın triqonometrik nisbətlərinin qiymətləri yalnız bucağın qiymətindən asılıdır. Buna görə bu triqonometrik nisbətlər α bucağının funksiyalarıdır.



Onları triqonometrik funksiyalar adlandırırlar.
 $\cos \alpha = \frac{x}{R}$ olduğundan kosinusun işarəsi və x -in işarəsi üst-üstə düşür, $\sin \alpha = \frac{y}{R}$ olduğundan sinusun işarəsi və y -nin işarəsi üst-üstə düşür.

Triqonometrik funksiyaların qiyməti yalnız α bucağının qiymətindən asılı olub, çevrənin radiusundan asılı deyil.

Ona görə də ümumiliyi pozmadan $R=1$ qəbul edə bilərik. Deməli, vahid çevrədə $\sin \alpha = \frac{y}{1} = y$ və $\cos \alpha = \frac{x}{1} = x$

Vahid çevrə üzərində α dönmə bucağına uyğun nöqtənin koordinatlarını $P(\alpha)=(\cos \alpha; \sin \alpha)$ kimi yazmaq olar.

Onda tangens, kotangens, sekans və kosekans $tg\alpha = \frac{y}{x} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $ctg\alpha = \frac{x}{y} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ $sec\alpha = \frac{1}{x} = \frac{1}{\cos\alpha}$ $cosec\alpha = \frac{1}{y} = \frac{1}{\sin\alpha}$ kimi yazmaq olar.

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$tg\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	не определен
$ctg\alpha$	не определен	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$

Tapşırıqlar.

1. $5\cos\frac{\pi}{2} - 2\sin\frac{3\pi}{2} - 3\tan\frac{\pi}{4}$ ifadəsinin qiymətini hesablayın.

2. $\sin\alpha=0$ olarsa, $\tan(\frac{\pi}{6} + \alpha)$ -nı tapın.

3. $(\sin 60^\circ + \cos 30^\circ)\cot 30^\circ$ ifadəsinin qiymətini hesablayın.

4. Vahid çevrədə α bucağı dönmə nəticəsində $P_0(1; 0)$ nöqtəsinin keçdiyi $P\alpha$ nöqtəsini qurun və $P\alpha$ -nin hansı koordinat rübündə olduğunu müəyyən edin.

- 1) $\alpha = 3\pi$; 2) $\alpha = -4\pi$; 3) $\alpha = 7\pi/6$;
4) $\alpha = -3\pi/4$; 5) $\alpha = 4\pi/3$; 6) $\alpha = 7\pi/4$.

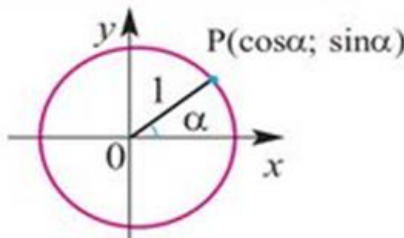
5. Verilmiş α bucaqları üçün $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$ və $\cot \alpha$ (mövcuddursa) hesablayın.

- 1) $\alpha = 3\pi$; 2) $\alpha = -4\pi$; 3) $\alpha = -\pi/2$;
4) $\alpha = 5\pi/2$; 5) $\alpha = -5\pi/6$; 6) $\alpha = 3\pi/4$.

6. Sinus və kosinusun tərifindən istifadə edərək $\sin \alpha$ və $\cos \alpha$ işarələrini müəyyən edin.

- 1) $\alpha = 6\pi/5$; 2) $\alpha = -\pi/6$; 3) $\alpha = 5\pi/6$;
4) $\alpha = -2\pi/3$; 5) $\alpha = \pi/10$.

TRİQONOMETRİK EYNİLİKLƏR



İstənilən α bucağı üçün $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$

$\cos \alpha \neq 0$ şərtini ödəyən α bucağı üçün $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

$\sin \alpha \neq 0$ şərtini ödəyən α bucağı üçün $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

Bu bərabərliklərdən alırıq ki, eyni zamanda $\cos\alpha \neq 0$ və $\sin\alpha \neq 0$ olanda $\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$ eyniliyi doğrudur.

$$1 + \tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} \quad 1 + \cot^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

Bu bərabərliklərə əsas triqonomik eyniliklər deyilir. Əsas eyniliklərə görə:

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1 \quad \sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha \quad \text{və} \quad \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha \text{ yaza bilərik.}$$

$$\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1 \quad \tan\alpha = \frac{1}{\cot\alpha} \quad \text{və} \quad \cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha}$$

Əsas triqonometrik eyniliklərin köməyi ilə verilmiş triqonometrik ifadəni sadələşdirmək olur.

Məsələn,

$$(1 - \cos^2\alpha)(1 + \tan^2\alpha) = \sin^2\alpha \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha} = \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \tan^2\alpha$$

Tapşırıqlar.

1. Sadələşdirin.

a) $\cos^2\alpha + (1 - \sin^2\alpha)$

b) $\sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot \tan\alpha$

c) $\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha - 1}$

d) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha + \tan^2\alpha$

e) $\frac{1 - \sin\alpha}{\cos\alpha} + \tan\alpha$

f) $\sin^4\alpha - \cos^4\alpha$

2. $1 - \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot \cot\alpha$ ifadəni sadələşdirin.

3. $3 + \sin^2 \alpha = 4$ olarsa, $\cos x$ -i tapın.

4. $\frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}$ ifadəni sadələşdirin.

5. $3 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$ ifadəsinin qiymətini tapın.

6. $3(1 - \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \tan \alpha) + 3\sin^2 \alpha + 2$ ifadəni sadələşdirin.

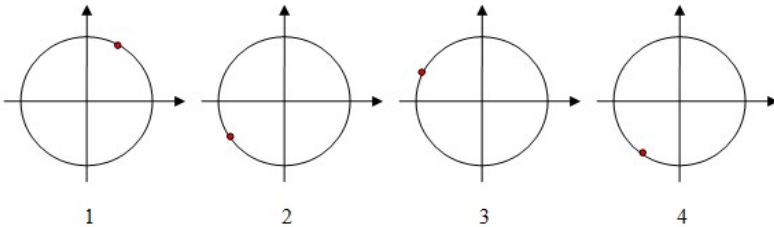
Ümumiləşdirici tapşırıqlar.

1. $\sin^2 \alpha + (1 - \cos^2 \alpha)$ ifadəsini sadələşdirin.

2. Dərəcə ilə verilmiş bucağı radianla ifadə edin.

- 1) 420° 2) -310° 3) 550°
4) -460° 5) 470° 6) -175°

3. Hansı şəkildə 150° -li bucaq düzgün təsvir olunub?



- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

4. $\frac{\cos^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}$ ifadəsini sadələşdirin.

5. $\tan x = \sqrt{3}$ $0 < x < 90^\circ$ olarsa, $\cos(x + 90^\circ)$ ifadəsinin qiymətini tapın.

6. $\sin 10\pi$; $\tan \frac{41\pi}{4}$ ifadələrin qiymətini hesablayın.

7. İfadəni sadələşdirin $\frac{\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$

8. Bucağı radiana çevirin:

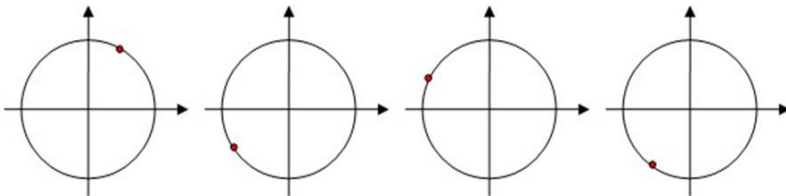
a) $\alpha = 135^\circ$ b) $\alpha = 40^\circ$.

9. Sadələşdirin: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha$.

10. Həll edin: $\frac{b}{\sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\sin 30^\circ}$.

11. İfadəni sadələşdirin: $4 - 2 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$

12. Hansı şəkildə 210° -li bucaq düzgün təsvir olunub?



1 2 3 4
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) heç birində

13. $4\cos\frac{\pi}{3} - 2\sin\frac{\pi}{6} + 7\tan\frac{\pi}{4}$ ifadəsinin qiymətini hesablayın.

14. Bucaqları radiana çevirin: 20° ; 75^0 ; 80^0 ; 15^0

§ 4. TRIQONOMETRİK FUNKSİYALAR.

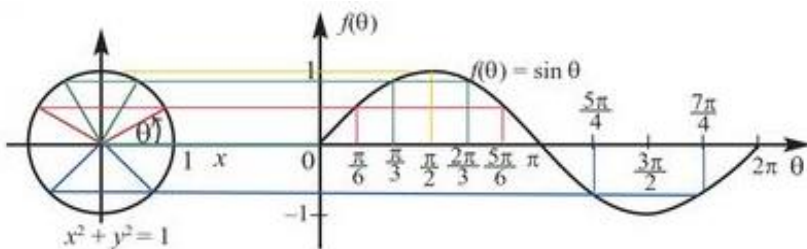
$y=\sin x$ FUNKSİYASI

Qiyməti müəyyən intervallarda eynilə təkrarlanan funksiyalara dövrü (periodik) funksiyalar deyilir.

Dövrü funksiyalar üçün $f(x-T)=f(x)=f(x+T)$ şərti ödənilir. Burada T funksiyanın ən kiçik müsbət dövrüdür.

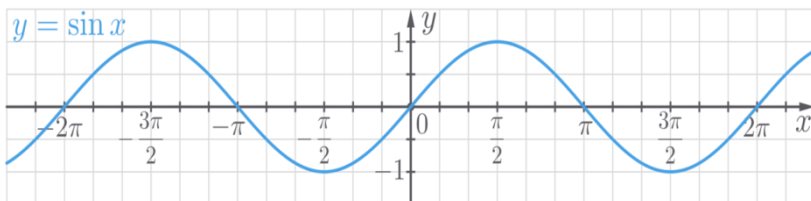
Funksiyanın ən kiçik müsbət dövrünə əsas dövrü deyilir. Triqonometrik funksiyalar dövrü funksiyalardır.

$f(x)=\sin x$ dövrü funksiyası çevrə üzrə hərəkətdə x bucağı qədər dönmədə nöqtənin OX oxundan hündürlüyü göstərir.



x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$y = \sin x$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0
$(x; y)$	(0; 0)	$(\frac{\pi}{6}; \frac{1}{2})$	$(\frac{\pi}{2}; 1)$	$(\frac{5\pi}{6}; \frac{1}{2})$	$(\pi; 0)$	$(\frac{7\pi}{6}; -\frac{1}{2})$	$(\frac{3\pi}{2}; -1)$	$(\frac{11\pi}{6}; -\frac{1}{2})$	$(2\pi; 0)$

$f(x)=\sin x$ dövrü funksiya olduğundan uzunluğu 2π olan aralıqda aldığı funksiyanın qrafiki tam təkrarlanır. $y=\sin x$ funksiyanın qrafiki sinusoid adlanır.



Əsas xassələri:

1. Təyin oblastı: bütün həqiqi ədədlər çoxluğu-
dur. $D(\sin x)=(-\infty; \infty)$

2. Qiymətlər çoxluğu: $[-1; 1]$ parçasıdır. $E(\sin x)=[-1; 1]$

3. $y=\sin x$ funksiyası tək funksiyadır, yəni $\sin(-x)=-\sin x$. Funksiyanın qrafiki koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrikdir.

4. $y=\sin x$ funksiyası dövrü funksiyadır. Ən kiçik müsbət dövrü $T=2\pi$ $\sin(x+2\pi)=\sin x$

5. Funksiyanın sıfırları: $x=\pi n$, yəni funksiyanın qrafiki Ox oxunu $-\pi, 0, \pi, 2\pi, 3\pi$ və s. nöqtələrdə kəsir

6. Ekstremumlar: funksiyanın maksimum qiymətləri 1 və bu qiyməti $x=\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ alır.

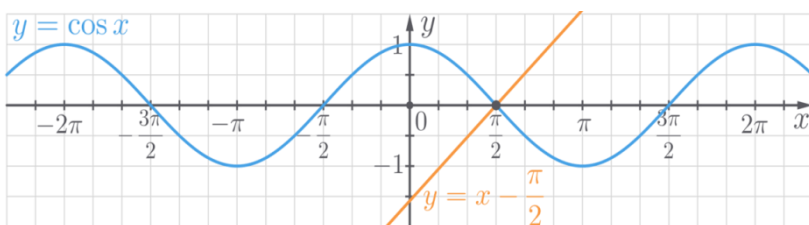
Funksiyanın minimum qiymətləri -1 və bu qiyməti $x=-\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ alır.

7. Funksiyanın artması və azalması: I və IV rüblərdə artır, II və III rüblərdə azalır.

$y=a \cdot \sin x$ funksiyanın amplitudu a qədər dəyişir, yəni qiymətlər çoxluğu $E(y)=[-1;1]$ yox, $E(y)=[-a;a]$ parçasıdır. Amplitud maksimum və minimum qiymətlərinin fərqinə bərabərdir.

$y=\cos x$ FUNKSIYASI

$\cos x = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ olduğundan $y=\cos x$ funksiyanın qrafiki $y=\sin x$ qrafikinə $\frac{\pi}{2}$ qədər sola sürüşməsindən alınır.



$y=\cos x$ funksiyanın qrafiki kosinusoid adlanır.

Əsas xassələri:

1. Təyin oblastı: bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur. $D(\sin x)=(-\infty; \infty)$

2. Qiymətlər çoxluğu: $[-1;1]$ parçasıdır. $E(\cos x)=[-1;1]$

3. $y=\cos x$ funksiyası cüt funksiyadır, yəni $\cos(-x)=\cos x$. Funksiyanın qrafiki OY ordinat oxuna nəzərən simmetrikdir.

4. $y=\cos x$ funksiyası dövrü funksiyadır. Ən kiçik müsbət dövrü $T=2\pi$ $\cos(x+2\pi)=\cos x$

5. Funksiyanın sıfırları: $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, yəni funksiyanın qrafiki Ox oxunu $-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$ və s. nöqtələrdə kəsir.

6. Ekstremumlar: funksiyanın maksimum qiymətləri 1 və bu qiyməti $x = 2\pi k$ alır.

Funksiyanın minimum qiymətləri -1 və bu qiyməti $x = \pi + 2\pi k$ alır.

7. Funksiyanın artması və azalması: III və IV rüblərdə artır, I və II rüblərdə azalır.

Tapşırıqlar.

1. $y = \sin x$ funksiyanın maksimum qiymətlərinə uyğun üç argumentini tapın.

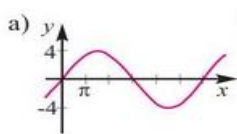
2. Funksiyaların qrafiklərini verilən intervalda qurun.

a) $y = \cos x$ $[0; 2\pi]$

$y = \sin x$ $[-2\pi; 2\pi]$

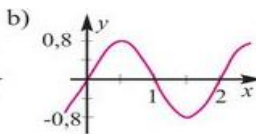
3. $[0; 2\pi]$ aralığında $\cos x = \frac{1}{4}$ bərabərliyini ödəyən neçə x ədədi var?

4. Verilən funksiyaların amplitudunu və dövrünü tapın.



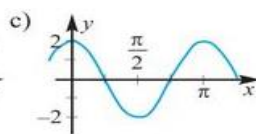
d) $y = \frac{1}{2} \cos \pi x$

g) $y = 5 \cos \frac{1}{2} x$



e) $y = \sin 2x$

h) $y = 2 \sin \frac{1}{2} \pi x$



f) $y = 3 \cos \frac{1}{4} x$

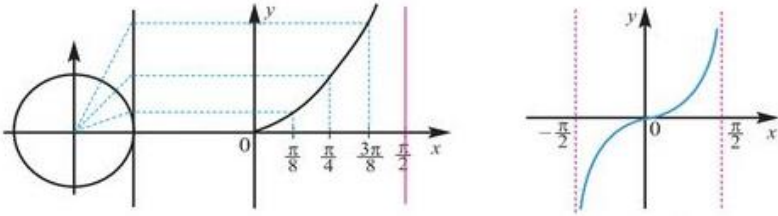
i) $y = \frac{1}{3} \sin 4\pi x$

5. $y=\cos x$ funksiyanın minimum qiymətlərinə uyğun üç arqumentini tapın.

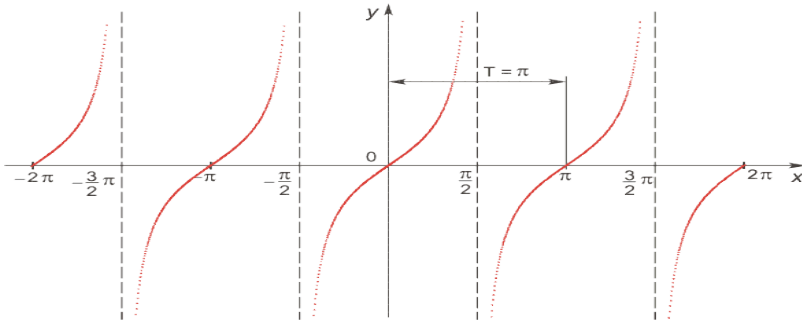
6. $[0; 2\pi]$ aralığında $\sin x=0.8$ bərabərliyini ödəyən neçə x ədədi var?

$y=\tan x$ FUNKSİYASI

$f(x)=\tan x$ dövrü funksiya çevrə üzrə hərəkətdə x bucağının tangensinin qiyməti koordinat başlanğıcı və vahid çevrə üzərindəki nöqtələrdən keçən düz xəttin bucaq əmsalının qiymətidir.



$f(x)=\tan x$ dövrü funksiya olduğundan uzunluğu π olan aralıqda aldığı funksiyanın qrafiki tam təkrarlanır. $y=\tan x$ funksiyanın qrafiki tagensoid adlanır.



Əsas xassələri:

1. Təyin oblastı: $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$, yəni $\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}$ və s. nöqtələrdən başqa bütün həqiqi ədədlər.

2. Qiymətlər çoxluğu: bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur. $E(y) = (-\infty; \infty)$

3. $y = \tan x$ funksiyası tək funksiyadır, yəni $\tan(-x) = -\tan x$. Funksiyanın qrafiki koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrikdir.

4. $y = \tan x$ funksiyası dövrü funksiyadır. Ən kiçik müsbət dövrü $T = \pi$, yəni $\tan(x + \pi) = \tan x$

5. Funksiyanın sıfırları: $x = \pi n$, yəni funksiyanın qrafiki Ox oxunu $-\pi, 0, \pi, 2\pi, 3\pi$ və s. nöqtələrdə kəsir

6. Ekstremumlar: funksiyanın ekstremumları yoxdur.

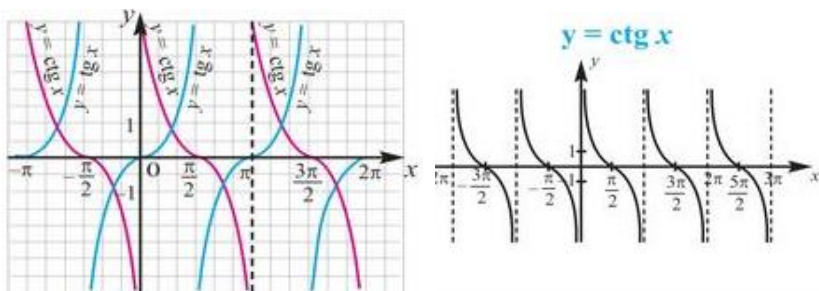
7. Funksiyanın artması və azalması: $y = \tan x$ bütün həqiqi ədədlər çoxluğunda artır.

$y = \cot x$ FUNKSIYASI

$f(x) = \cot x$ funksiyanın qrafikini qurmaq üçün $\cot x = -\tan(x + \frac{\pi}{2})$ eynilikdən istifadə edək.

1) $y = \tan x$ tagensoidi absis oxu boyunca $\frac{\pi}{2}$ qədər sola sürüşür.

2) alınan qrafik absis oxuna nəzərən simmetrik əks etdirilir.



$y = \cot x$ funksiyanın qrafiki kotagenoid adlanır.

Əsas xassələri:

1. Təyin oblastı: $x \neq \pi k$, yəni π ; 2π ; 3π ; 5π və s. nöqtələrdən başqa bütün həqiqi ədədlər.

2. Qiymətlər çoxluğu: bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur. $E(y) = (-\infty; \infty)$

3. $y = \cot x$ funksiyası tək funksiyadır, yəni $\cot(-x) = -\cot x$. Funksiyanın qrafiki koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrikdir.

4. $y = \cot x$ funksiyası dövrü funksiyadır. Ən kiçik müsbət dövrü $T = \pi$, yəni $\cot(x + \pi) = \cot x$

5. Funksiyanın sıfırları: $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, yəni funksiyanın qrafiki Ox oxunu $\frac{\pi}{2}$; $\frac{3\pi}{2}$; $\frac{5\pi}{2}$; $\frac{7\pi}{2}$ və s. nöqtələrdə kəsir.

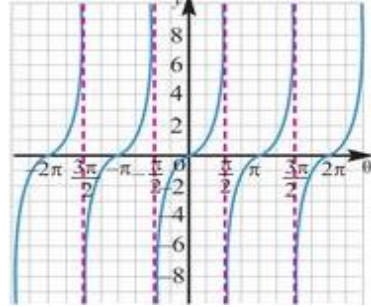
6. Ekstremumlar: funksiyanın ekstremumları yoxdur.

7. Funksiyanın artması və azalması: $y = \cot x$ bütün həqiqi ədədlər çoxluğunda azalır.

Tapşırıqlar.

1. Funksiyaların qrafiklərini verilən intervalda qurun.

a) $y = \tan x$ $-90^0 < x < 90^0$
 $y = \cot x$ $-\pi < x < \pi$



2. Qrafikə görə tangensin qiymətlərini hesablayın.

a) $\tan \frac{\pi}{4}$

b) $\tan \frac{3\pi}{4}$

c) $\tan \pi$

d) $\tan \left(-\frac{3\pi}{4}\right)$

e) $\tan 0$

f) $\tan \frac{5\pi}{4}$

3. $y = \tan x$ və $y = \cot x$ funksiyaların $[-2\pi; 2\pi]$ intervalında sıfırlarını tapın.

4. $(-2\pi; 2\pi)$ aralığında $\tan x = 2$ bərabərliyi ödəyən neçə x ədədi var?

5. $y = -\tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ funksiyanın qrafikini qurun.

TƏRS TRİQONOMETRİK FUNKSIYALAR

Tərif: $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ parçasından götürülən və sinusuna a -ya bərabər olan x bucağına a ədədinin arcsinusu deyilir. $\sin x = a \Rightarrow x = \arcsin a$. Tərifdən görüldüyü

kimi, $\arcsin a$ aşağıdakı iki şərti ödəməlidir:

1) $\arcsin a \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right];$ 2) $\sin x = a$

Nümunə: $\arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$ çünki $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ və $\frac{\pi}{6} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

Tərifdən alırıq ki;

$\sin(\arcsin a) = a$ $\arcsin(-a) = -\arcsin a$.

$y = \arcsin x$ funksiyasının

xassələri

1. Funksiyanın təyin ob-
lastı: $D(\arcsin x) = [-1; 1]$

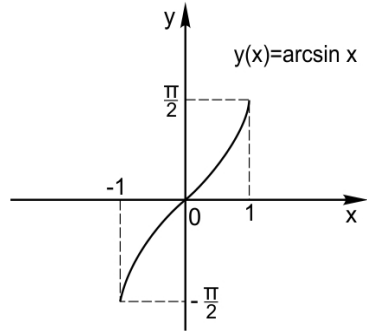
2. Funksiyanın qiymətlər
oblastı: $E(\arcsin x) = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

3. $\arcsin(-x) = -\arcsin x$
x olduğu üçün funksiya tək funksiya

4. $\arcsin 0 = 0$ olduğu üçün funksiyanın qrafiki
(0;0) nöqtəsindən keçir.

5. $y = \arcsin x$ funksiyası $[-1; 1]$ aralığında artan-
dır;

6. Funksiyanın ƏKQ-i $-\frac{\pi}{2}$, ƏBQ-i $\frac{\pi}{2}$ -dir. Tərs
funksiyanın tərifinə görə $\arcsin(\sin x) = x$



x	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1
$y = \arcsin x$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$

Tərif: $[0; \pi]$ parçasından götürülən və kosinusu
 a -ya bərabər olan x bucağına a ədədinin arkkosinusu

deyilir. $\cos x = a \Rightarrow x = \arccos a$. Tərifdən görüldüyü kimi, $\arccos a$ aşağıdakı iki şərti ödəməlidir:

$$1) \arccos a \in [0; \pi]; \quad 2) \cos x = a$$

Tərifdən alırıq ki, $\cos(\arccos a) = a$

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a.$$

$$\text{Nümunə: } \arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3} \quad \text{çünki} \quad \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \quad \text{və}$$

$$\frac{\pi}{3} \in [0; \pi]$$

y = arccos x funksiyası- nın xassələri

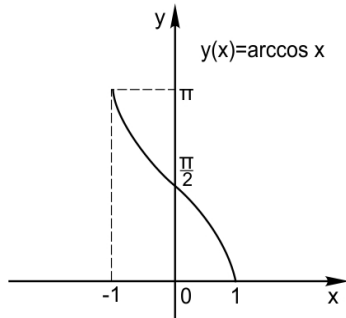
1. Funksiyanın təyin ob-
lastı: $D(\arccos x) = [-1; 1]$

2. Funksiyanın qiymətlər
oblastı: $E(\arccos x) = [0; \pi]$

3. $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$ olduğu üçün funksiya tək funksiya-
dır.

4. $\arccos 1 = 0$ olduğu üçün funksiyanın qrafiki
(1;0) nöqtəsindən keçir.

5. $y = \arccos x$ funksiyası $[-1; 1]$ aralığında azalan-
dır.



x	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1
$\arccos x$	π	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	0

Tərif: $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ parçasından götürülən və tangensi a -ya bərabər olan x bucağına a ədədinin arktangensi deyilir. $\tan x = a \Rightarrow x = \arctan a$

Tərs funksiyanın tərifinə görə $\tan(\arctan a) = a$
 $\arctan(-a) = -\arctan a$.

Nümunə: $\arctan \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$ çünki $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ və $\frac{\pi}{6} \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

Tərif: $(0; \pi)$ parçasından götürülən və kotangensi a -ya bərabər olan x bucağına a ədədinin arkkotangensi deyilir. $\cot x = a \Rightarrow x = \operatorname{arccot} a$.

Tərs funksiyanın tərifinə görə $\cot(\operatorname{arccot} a) = a$
 $\operatorname{arccot}(-a) = \pi - \operatorname{arccot} a$.

Təpşırıqlar.

1. İfadənin mənası olduğunu müəyyən edin.

- a) $\arcsin 1,5$ b) $\arccos\left(-\frac{2}{3}\right)$
c) $\arctan 2$ d) $\arccos(-2)$

2. İfadənin qiymətini radianla tapın.

- a) $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\arccos 1$ c) $\arcsin 0$
d) $\arctan 1$ e) $\arccos \frac{1}{2}$ f) $\arctan \sqrt{3}$

3. İfadənin qiymətini dərəcə ilə ifadə edin.

- a) $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\arccos 0$ c) $\arcsin \frac{1}{2}$
d) $\arcsin 1$ e) $\arctan 0$ f) $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$

4. Sadələşdirin:

- 1) $\sin(\arcsin 0,6)$ 2) $\cos(\arccos 1)$

$$3) \arctan\left(\tan\frac{\pi}{3}\right) \quad 4) \cos\left(\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$5) \tan(\arctan 3) \quad 6) \sin\left(\arcsin\frac{1}{2}\right)$$

5. Hesablayın:

$$1) \arccos\frac{\sqrt{3}}{2} - \arcsin\frac{1}{2} \quad 2) \arccos\frac{1}{2} - \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$3) \arccos\frac{1}{2} + \arctan\frac{\sqrt{3}}{3}$$

6. $\arcsin x$ aşağıdakı qiymətlərdən hansılarını ala bilər?

$$a) \frac{\pi}{6} \quad b) -\frac{\pi}{5} \quad c) \frac{\pi}{2} \quad d) \frac{3\pi}{4} \quad e) \frac{\pi}{8} \quad f) -\frac{\pi}{10} \quad g) \pi$$

§ 5. ÇOXÜZLÜLƏR

Müstəvilərin müxtəlif qarşılıqlı vəziyyəti çoxüzülər adlanan fəza fiqurlarını yaradır. Çoxüzü – səthi sonlu sayda müstəvi fiqurlardan – çoxbucaqlılardan ibarət olan cisimdir. Çoxüzünü həddləşdirən çoxbucaqlılara onun üzləri deyilir. Çoxüzünün ən azı 4 üzü var. Üzlərin kəsdiyi düz xətt parçaları til, tillərin kəsdiyi nöqtələr təpə adlanır.

Prizmanın iki üzü paralel müstəvilər üzərində yerləşən çoxbucaqlı (prizmanın oturacaqları), yan üzləri isə paraleloqramlardan ibarətdir.

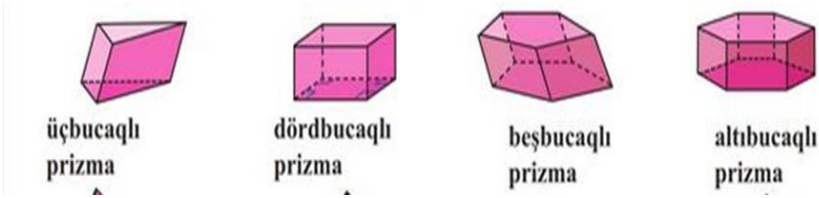
Piramidanın bir üzü müstəvi üzərində yerləşən çoxbucaqlı (piramidanın oturacağı), digər üzləri ortaq təpəli üçbucaqlar olan çoxüzüldən ibarətdir.

PRİZMA VƏ ONUN NÖVLƏRİ

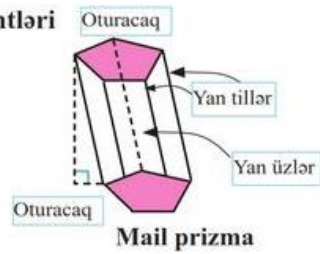
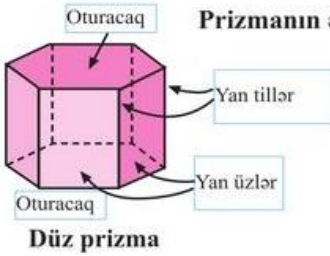
Paralel müstəvilərdə yerləşən və paralel köçürmədə üst-üstə düşən iki çoxbucaqlı və onların uyğun təpə nöqtələrini birləşdirən bütün parçalardan ibarət fiqur prizma adlanır. Yəni prizma iki üzü paralel müstəvilərdə yerləşən konqruent çoxbucaqlı, qalan üzləri isə paraleloqram olan çoxüzüdür.

Çoxbucaqlılara prizmanın oturacaqları, oturacağın uyğun təpələrini birləşdirən düz xətlərə prizmanın yan tilləri deyilir. Yan tillərdən keçən müstəvi hissəyə yan üzlər deyilir.

Prizma oturacağındakı çoxbucaqlının adı ilə adlanır. Məsələn üçbucaqlı prizma və s.



Yan tilləri oturacağa perpendikulyar olan prizmalar düz prizma, perpendikulyar olmayanlar mail prizma adlanır. Düz prizmanın bütün yan üzləri düzbucaqlılardır. Oturacağı düzgün çoxbucaqlı olan düz prizmaya düzgün prizma deyilir. Prizmanın oturacaq müstəviləri arasındakı məsafəyə onun hündürlüyü deyilir. Düz prizmanın yan tili onun hündürlüyünə bərabərdir. Prizmanın eyni üzlərində olmayan iki təpəsini birləşdirən parçaya diaqonalı deyilir.



n-bucaqlı prizma üçün

Təpə nöqtələrin sayı $\rightarrow 2n$

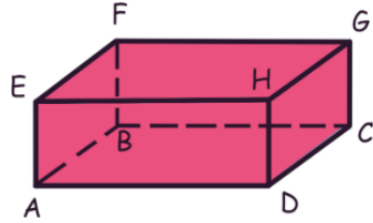
Tillərin sayı $\rightarrow 3n$

Üzlərin sayı $\rightarrow n+2$

Diaqonalların sayı $\rightarrow n(n-3)$

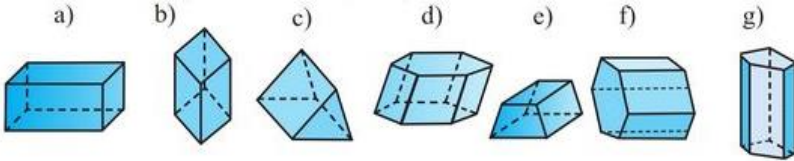
Oturacağı paraleloqram olan prizmaya paralelepiped deyilir, yəni paralelepiped altı üzü olan çoxüzlüdür.

Paralelepipedin qarşı üzləri paralel və bərabərdir. Oturacağı düzbucaqlı olan düz paralelepipedə düzbucaqlı paralelepiped deyilir, düzbucaqlı paralelepipedin üzlərinin hər biri düzbucaqlıdır.



Tapşırıqlar.

1. Hər bir prizmanın adını, neçə tili, neçə üzü, neçə təpəsi olduğunu yazın.



2. Beşbucaqlı prizmanın neçə üzü var?

3. Yeddibucaqlı prizmanın neçə təpəsi var?

4. Cümlələri tamamlayın:

Prizmanın oturacağı _____ ibarətdir

Prizmanın yan tilləri _____

Prizmanın 30 üzü var. Onun oturacağında _____ yerləşir

Düz prizmanın bütün yan üzləri _____

Mailli prizmanın _____

Prizma düzgün adlanır, əgər _____

Prizmanın _____ məsafəyə onun hündürlüyü deyilir.

PRİZMANIN SƏTHİNİN SAHƏSİ

n -bucalıq düz prizmanın yan səthi n sayda düz-bucaqlıdan ibarətdir. Bu düzbucaqlıların sahələrinin cəmi prizmanın yan səthinin sahəsinə bərabərdir.



Düz prizmanın yan səthinin sahəsi oturacaqdakı çoxbucaqlının perimetri ilə hündürlüyü hasilinə bərabərdir.

$$S_{yan} = P_{ot} \cdot h$$

Prizmanın tam səthinin sahəsi oturacaqları ilə yan səthinin sahələri cəminə bərabərdir. $S_{tam} = 2S_{ot} + S_{yan}$

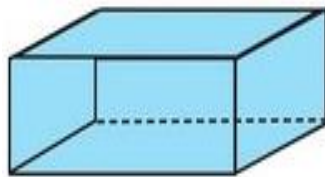
Nümunə: Oturacağının tərəfi 10 sm, hündürlüyü isə 5 sm olan dördbucaqlı düzgün prizmanın tam səthinin sahəsini tapın.

$$\text{Həlli: } S_{ot} = a^2 = 10^2 = 100 \text{ sm}^2 \quad P_{ot} = 4a = 4 \cdot 10 = 40 \text{ sm}$$

$$S_{yan} = P_{ot} \cdot h = 40 \cdot 5 = 200 \text{ sm}^2$$

$$\text{Onda } S_{tam} = 2S_{ot} + S_{yan} = 2 \cdot 100 + 200 = 200 + 200 = 400 \text{ sm}^2$$

Oturacağın uzunluğu a , eni b , hündürlüyü c olan düzbucaqlı paralelepipedin yan səthi 4 cüt-cüt konqruyent olan düzbucaqlıdan ibarətdir. Deməli, yan səthinin sahəsi $S_{yan}=2(ac+bc)$ tam səthinin sahəsi isə $S_{tam}=2(ab+ac+bc)$ düsturu ilə hesablanır. Düzbucaqlı paralelepipedin diaqonalının uzunluğunu hesablamaq üçün iki dəfə Pifaqor teoremini tətbiq etmək lazımdır.



$$D^2=a^2+b^2+c^2$$

Tapşırıqlar.

1. Düzgün üçbucaqlı prizmanın oturacağının tərəfi 5 sm, hündürlüyü 6 sm olarsa, onun yan səthinin sahəsini tapın.

2. Düzgün dördbucaqlı prizmanın oturacağının tərəfi 6 sm, hündürlüyü 15 sm-dir. Prizmanın tam səthinin sahəsini tapın.

3. Düz prizmanın oturacağının perimetri 10 sm, hündürlüyü 16 sm-dir. Prizmanın yan səthinin sahəsini tapın.

4. Düzgün dördbucaqlı prizmanın yan tili 12 sm-dir. Prizmanın yan səthinin sahəsi 240 sm^2 olarsa, onun oturacağının tərəfini tapın.

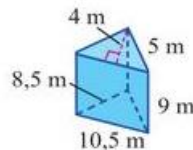
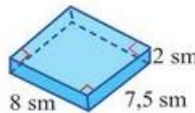
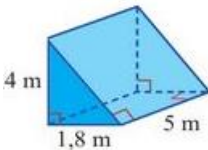
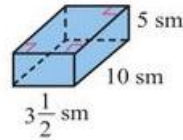
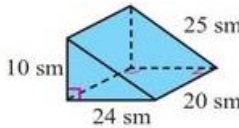
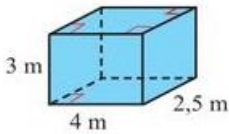
5. Oturacağın perimetri 12 sm^2 və hündürlüyü 5 sm olan düzbucaqlı paralelepipedin yan səthinin sahəsini tapın.

6. Düz prizmanın oturacağı diaqonalları 6 sm və 8 sm olan rombdur. Prizmanın yan tili 24 sm olarsa, onun yan səthinin sahəsini tapın.

7. Xətti ölçüləri 5, 7 sm və 10 sm olan düzbucaqlı paralelepipedin tam səthinin sahəsini tapın.

8. Tərəfləri 2 sm, 1 sm və 2 sm olan düzbucaqlı paralelepipedin diaqonalinin uzunluğunu tapın.

9. Düz prizmaların yan və tam səthinin sahəsini tapın.



10. Hündürlüyü 7 dm, oturacağın tərəfləri 12 dm, 10 dm, 10 dm bərabəryanlı üçbucaq olan prizmanın yan səthinin sahəsini hesablayın.

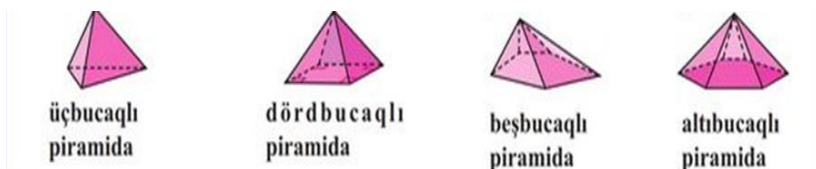
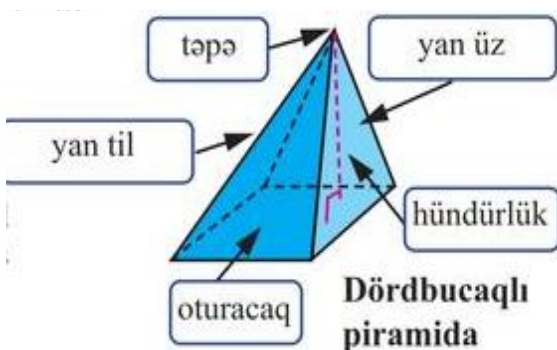
PİRAMİDA VƏ ONUN NÖVLƏRİ

Piramida bir üzü çoxbucaqlı, qalan üzləri ortaq təpəli üçbucaqlar olan çoxüzlüdür.

Ortaq təpəli üçbucaqlar

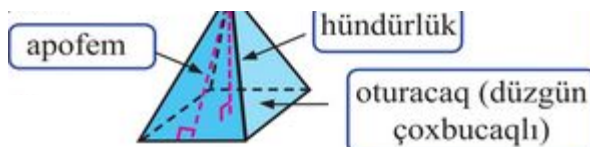
piramidanın yan üzləri, çoxbucaqlı isə oturacaqlıdır. Yan üzlərin ortaq tərəfləri yan tillər adlanır. Üçbucaqların ortaq təpələrinə piramidanın təpəsi deyilir.

Piramida oturacağındakı çoxbucaqlının adı ilə adlanır. Məsələn, üçbucaqlı piramida və s.



Piramidanın təpəsindən oturacaq müstəvisinə çəkilmiş perpendikulyar piramidanın hündürlüyü adlanır. Oturacağı düzgün çoxbucaqlı olan piramidaya düzgün piramida deyilir. Piramidanın təpəsindən oturacağın tərəfinə çəkilmiş perpendikulyar piramidanın apofemi adlanır.

Düzgün piramidanın yan tilləri konqruentdir.
Düzgün piramidanın yan üzləri konqruent bərabər-
yanlı üçbucaqlıdır.



n-bucaqlı piramida üçün

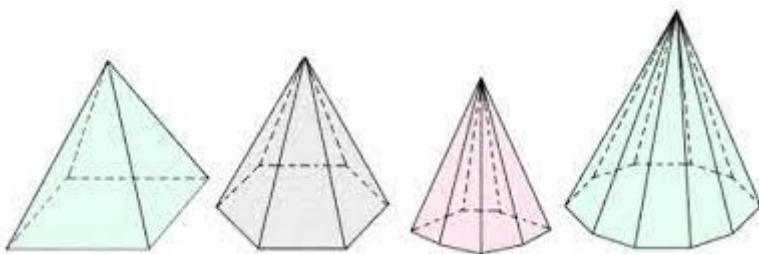
Təpə nöqtələrin sayı $\rightarrow n+1$

Tillərin sayı $\rightarrow 2n$

Üzlərin sayı $\rightarrow n+1$

Tapşırıqlar.

1. Hər bir piramidanın adını, neçə tili, neçə üzü, neçə təpəsi olduğunu yazın.



2. Onbucaqlı piramidanın neçə üzü var?

3. Altıbucaqlı piramidanın neçə tili var?

4. Cümlələri tamamlayın:

Piramidanın yan üzləri _____ ibarətdir

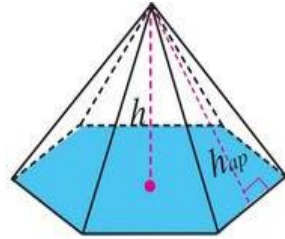
Piramidanın hündürlüyü _____

Piramidanın 11 üzü var. Onun oturacağında _____ yerləşir

Düzgün piramidanın bütün yan üzləri _____

PIRAMİDANIN SƏTHİNİN SAHƏSİ

Düzgün piramidanın yan səthinin sahəsi onun yan üzlərini təşkil edən konqruent üçbucaqlılar səhələrinin cəminə bərabərdir. Oturacağındakı çoxbucaqlının perimetri ilə piramidanın apofemi hasilinin yarısına bərabərdir.



$S_{yan} = \frac{1}{2} P h_{ap}$, burada P -oturacağın perimetri, h_{ap} -apofemin uzunluğudur. Piramidanın tam səthinin sahəsi oturacağı ilə yan səthinin sahələri cəminə bərabərdir.

$$S_{tam} = S_{ot} + S_{yan}$$

Nümunə: Oturacağının tərəfi 20 sm, apofemi isə 3 sm olan dördbucaqlı düzgün piramidanın tam səthinin sahəsini tapın.

$$\text{Həlli: } S_{ot} = a^2 = 20^2 = 400 \text{ sm}^2 \quad P_{ot} = 4a = 4 \cdot 20 = 80 \text{ sm}$$

$$S_{yan} = \frac{1}{2} P_{ot} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 3 = 120 \text{ sm}^2$$

$$\text{Onda } S_{tam} = S_{ot} + S_{yan} = 400 + 120 = 520 \text{ sm}^2$$

Tapşırıqlar.

1. Düzgün üçbucaqlı piramidanın oturacağıının tərəfi 10 sm, apofemi 3 sm olarsa, onun yan səthinin sahəsini tapın.

2. Düzgün altıbucaqlı piramidanın oturacağıının tərəfi 4 sm, apofemi 17 sm-dir. Piramidanın tam səthinin sahəsini tapın.

3. Piramidanın oturacağıının perimetri 10 sm, apofemi 16 sm-dir. Piramidanın yan səthinin sahəsini tapın.

4. Düzgün dördbucaqlı piramidanın apofemi 15 sm-dir. Piramidanın yan səthinin sahəsi 240 sm^2 olarsa, onun oturacağıının tərəfini tapın.

5. Oturacağın sahəsi 16 sm^2 və apofemi 5 sm olan düzgün dördbucaqlı piramidanın yan səthinəni tapın.

6. Piramidanın tərəfləri 5 sm və 8 sm olan düzbucaqlıdır. Piramidanın apofemi 24 sm olarsa, onun yan səthinin sahəsini tapın.

7. Düzgün dördbucaqlı piramidanın oturacağıının perimetri 20 sm-dir. Apofemi 6 sm olarsa, piramidanın yan səthinin sahəsini tapın.

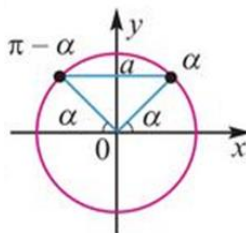
§ 6. SADƏ TRIQONOMETRİK TƏNLİKLƏRİN HƏLLİ

Sadə triqonometrik tənliklərə $\sin x=a$, $\cos x=a$, $\tan x=a$, $\cot x=a$ tənlikləri aiddir. Burada a - ixtiyari ədəddir. Ən sadə triqonometrik tənliyi həll etmək - verilmiş triqonometrik funksiyanın a qiymətini aldığı bütün x dəyişənin qiymətlər çoxluğunu təsvir etmək deməkdir. Hər hansı bir triqonometrik tənliyin həlli bir və ya bir neçə sadə triqonometrik tənliklərin həllinə endirilir. Triqonometrik tənlikləri həll etmək üçün ən azı aşağıdakıları bilməlisiniz:

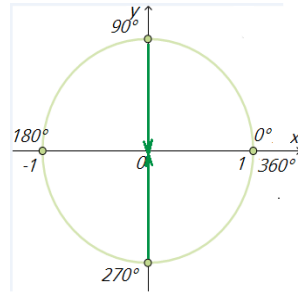
- 1) sinus, kosinus, tangens, kotangens nədir;
- 2) triqonometrik çevrənin müxtəlif rübələrində triqonometrik funksiya hansı işarələri alır;
- 3) triqonometrik funksiyalardan hansı tək, hansı cütdür;
- 4) 1-ci rübün əsas bucaqlarında triqonometrik funksiyaların aldığı qiymətlərini.

1. $\sin x=a$ TƏNLİYİN HƏLLİ

$y=\sin x$ funksiyanın dəyişmə oblastı $[-1;1]$ parçası olduğundan $\sin x=a$ tənliyin yalnız $|a| \leq 1$ həlli var. Bu halda $\sin x=a$ tənliyin sonsuz sayda həlli var. Sinus dövrü



olduğundan uzunluğu 2π olan hər hansı aralıqda köklərini tapmaq kifayətdir. $|a| < 1$ olduqda $\sin x = a$ tənliyinin $[0; 2\pi]$ 2 kökü var.



Tənliyin qalan həlləri bu iki həllə dövrün misillərini əlavə etməklə alınır. Deməli, $\sin x = a$ tənliyinin həlləri $x = \alpha + 2\pi n$ və $x = \pi - \alpha + 2\pi n$ ($n \in \mathbb{Z}$) şəklində yazılır. Bu iki həlli bir düsturla verirlər: $x = (-1)^n \arcsin a + \pi n$ ($n \in \mathbb{Z}$)

$$\text{Nümunə: } \sin x = \frac{1}{2} \quad x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad x = (-1)^n \arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

$$x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n$$

Xüsusi hallar:

$$1) \sin x = -1 \quad 2) \sin x = 0 \quad 3) \sin x = 1$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n \quad (n \in \mathbb{Z}) \quad x = \pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

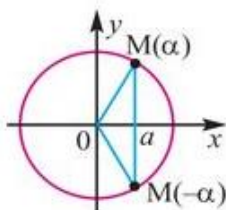
$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Nümunə: } \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \quad x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

$$x = \frac{3\pi}{4} + \pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

2. $\cos x = a$ TƏNLİYİN HƏLLİ

Oxşar qaydada $\cos x = a$ tənliyin $|a| > 1$ olduqda həlli yoxdur, $|a| \leq 1$ olduqda sonsuz sayda həlli var. $y = \cos x$ cüt funksiya olduğundan $\cos(-x) = \cos x$



Deməli, əgər α $\cos x = a$ tənliyin köküdürsə, onda $-\alpha$ da köküdür. Beləliklə $\cos x = a$ tənliyin $(0; 2\pi)$ aralığında iki kökü var. Tənliyin qalan həlləri bu iki həllə dövrün misillərini əlavə etməklə alınır. Deməli, $\cos x = a$ tənliyinin həlləri $x = \arccos a + 2\pi n$ və $x = -\arccos a + 2\pi n$ ($n \in \mathbb{Z}$). Bu iki düsturu birləşdirib həllini $x = \pm \arccos a + 2\pi n$ ($n \in \mathbb{Z}$) şəklində yazırlar.

$$\text{Nümunə: } \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad x = \pm \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

$$x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad x = \pm \arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

$$x = \pm \left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) + 2\pi n \quad x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

Xüsusi hallar:

$$1) \cos x = -1 \quad 2) \cos x = 0 \quad 3) \cos x = 1$$

$$x = \pi + 2\pi n \quad (n \in \mathbb{Z}) \quad x = \frac{\pi}{2} \pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

$$x = 2\pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Nümunə: } \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \quad 2x + \frac{\pi}{3} = 2\pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

$$2x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n \quad (n \in \mathbb{Z}) \quad x = -\frac{\pi}{6} + \pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$

Təpşırıqlar.

1. Tənlikləri həll edin:

- a) $1 + \sin x = 2$ b) $\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ c) $2\sin x = \sqrt{3}$
d) $2\cos x - 1 = 0$

2. Tənliklərin $[0; 2\pi]$ aralığıdakı köklərini tapın.

- a) $\sin x = -\frac{1}{2}$ b) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\sin x = -1$

3. Tənliklərin $[0; 3\pi]$ aralığıdakı həllərini yazın.

- a) $\sin x = \frac{1}{2}$ b) $\cos x = 0$ c) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

4. Tənlikləri həll edin:

- a) $1 + \sin\left(2x + \frac{\pi}{5}\right) = 1$ b) $\cos\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
c) $2\sin 2x = \sqrt{2}$ d) $2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$

5. Tənliyi həll edin: $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $\tan x = a$ və $\cot x = a$ TƏNLİKLƏRİN HƏLLİ

$y = \tan x$ funksiyanın təyin oblastı $(-\infty; \infty)$ olduğundan $\tan x = a$ tənliyin həlli a -nın istənilən qiymətində var. $\tan x = a$ tənliyin sonsuz sayda həlli var. $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ intervalında $\tan x = a$ tənliyin kökü $x = \arctan a$

olur. Tangens əsas dövrü π olduğundan $\tan x=a$ tənliyinin həllərini $x=\arctan a+2\pi n$ ($n \in \mathbb{Z}$) şəklində yazırlar.

Nümunə: $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $x = \arctan \frac{\sqrt{3}}{3} + \pi n$ ($n \in \mathbb{Z}$)

$x = \frac{\pi}{6} + \pi n$ ($n \in \mathbb{Z}$)

$\tan x = -1$ $x = \arctan(-1) + \pi n$ ($n \in \mathbb{Z}$)

$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$ ($n \in \mathbb{Z}$)

Eynilikdə $\cot x=a$ tənliyində a -nın istənilən qiymətində sonsuz sayda həlli var. $(0;\pi)$ intervalında $\cot x=a$ tənliyin kökü $x=\operatorname{arccot} a$ olur. Ümumi şəkildə isə $\cot x=a$ tənliyin həlləri $x=\operatorname{arccot} a + \pi n$ ($n \in \mathbb{Z}$) yazılır.

Tənlik	Həlli ($a>0$)	Həlli ($a<0$)	$a=-1$	$a=0$	$a=1$
$\sin x=a$	$(-1)^n \arcsin a + \pi n$	$(-1)^{n+1} \arcsin a + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	πn	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n$
$\cos x=a$	$\pm \arccos a + 2\pi n$	$\pi - \arccos a + 2\pi n$	$\pi + 2\pi n$	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	$2\pi n$
$\tan x=a$	$\arctan a + \pi n$	$-\arctan a + \pi n$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n$	πn	$\frac{\pi}{4} + \pi n$
$\cot x=a$	$\operatorname{arccot} a + \pi n$	$\pi - \operatorname{arccot} a + \pi n$	$\frac{3\pi}{4} + \pi n$	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	$\frac{\pi}{4} + \pi n$

Tapşırıqlar.

1. Tənliklərin $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ aralıqdakı köklərini tapın.

a) $\tan x = 1$ b) $\cot x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ c) $\tan x = -\sqrt{3}$

2. Tənlikləri həll edin:

a) $1 + \tan x = 2$ b) $\cot x - \sqrt{3} = 0$
c) $3 \tan x = \sqrt{3}$ d) $4 \cot x - 4 = 0$

3. Tənliklərin $[0; 3\pi]$ aralığıdakı həllərini yazın.

a) $\tan x = 1$ b) $\cot x = 0$ c) $\tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

4. Tənlikləri həll edin:

a) $\tan(2x + \frac{\pi}{6}) = 1$ b) $\cot(x - \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$
c) $3\cot 2x = \sqrt{3}$ d) $2\tan(x - \frac{\pi}{3}) = 0$

5. Tənliyi həll edin: $\cot x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

Ümumiləşdirici tapşırıqlar.

1. Tənlikləri həll edin.

1) $\sin x = -\frac{1}{2}$ 2) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

3) $\tan x = 1$ 4) $\cos 2x = 1$

5) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 6) $\sqrt{2}\cos x + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

7) $\tan x = \sqrt{3}$ 8) $\tan 4x = \frac{1}{\sqrt{3}}$

9) $\sqrt{2}\sin x + 2 =$ 10) $\cot\left(-\frac{x}{2}\right) = 1$

11) $\cos 3x = 0$ 12) $\sin(x + \frac{\pi}{5}) = \sin^2 x + \cos^2 x$

§ 7. FƏZA FİQURLARIN HƏCMI

Prizma və prizmanın həcmi

Bildiyimiz kimi, paralel müstəvilərdə yerləşən və paralel köçürmədə üst-üstə düşən iki çoxbucaqlı və onların uyğun təpə nöq-

tələrini birləşdirən bütün parçalardan ibarət fiqur prizma adlanır. Prizmanın da bir növü düzbucaqlı paralelepipeddir.

Düzbucaqlı paralelepipedin həcmi onun eni, uzunluğu və hündürlüyü hasilinə bərabərdir $V = a \cdot b \cdot c$. Bəzən, düzbucaqlı paralelepipedin həcmi onun xətti ölçülərin hasilinə kimi də müəyyən edilir.

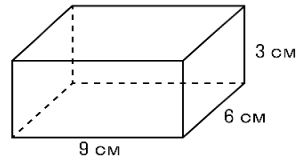
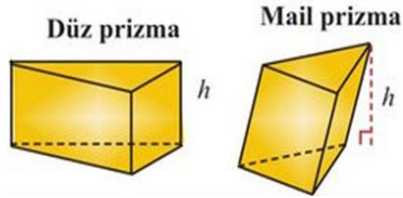
Nümunə: Xətti ölçüləri 3, 6 və 9 sm olan düzbucaqlı paralelepipedin həcmi tapın.

$$V = a \cdot b \cdot c = 3 \cdot 6 \cdot 9 = 162 \text{ sm}^3$$

Verilmiş düsturda $a \cdot b = S_{ot}$ olduğundan paralelepipedin həcmi $V = S_{ot} \cdot h$ kimi müəyyən etmək olar.

Prizmanın həcmi oturacağın sahəsi ilə hündürlüyü hasilinə bərabərdir. $V = S_{ot} \cdot h$

Nümunə: Oturacağın tərəfi 5 sm, hündürlüyü isə 12 sm olan düzgün dördbucaqlı prizmanın həcmi tapın.



$$\text{Həlli: } S_{\text{ot}} = a^2 = 5^2 = 25 \text{ sm}^2$$

$$\text{Onda } V = S_{\text{ot}} \cdot h = 25 \cdot 12 = 300 \text{ sm}^3$$

Tapşırıqlar.

1. Üçbucaqlı prizmanın oturacağıнын sahəsi 15 sm, hündürlüyü 6 sm olarsa, onun həcmiini tapın.

2. Düzgün dördbucaqlı prizmanın oturacağıнын tərəfi 6 sm, hündürlüyü 15 sm-dir. Prizmanın həcmiini tapın.

3. Düzgün dördbucaqlı prizmanın oturacağıнын perimetri 20 sm, hündürlüyü 16 sm-dir. Prizmanın həcmiini tapın.

4. Düzgün dördbucaqlı prizmanın yan tili 12 sm-dir. Prizmanın həcmi 1200 sm³ olarsa, onun oturacağıнын tərəfini tapın.

5. Düz prizmanın oturacağı diaqonalları 3 sm və 4 sm olan rombdur. Prizmanın yan tili 24 sm olarsa, onun yan səthinin sahəsini tapın.

6. Oturacağıнын sahəsi 12 sm² və hündürlüyü 8 sm olan düzbucaqlı paralelepipedin həcmiini tapın.

7. Xətti ölçüləri 5, 7 sm və 10 sm olan düzbucaqlı paralelepipedin həcmiini tapın.

8. Düz prizmanın oturacağı katetləri 4 və 5 sm olan düzbucaqlı üçbucaqdır. Prizmanın hündürlüyü 10 sm olarsa, onun həcmi tapın.

9. Hündürlüyü 14 dm, oturacağı tərəfləri 6 dm, 5 dm, 5 dm bərabəryanlı üçbucaq olan prizmanın həcmi hesablayın.

10. Yan səthinin sahəsi 100 m^2 olan kubun həcmi tapın.

11. Yan tili 3 dm, oturacağının sahəsi 80 dm^2 olan düz prizmanın həcmi tapın.

12. Cədvəli verilənlərə görə doldurun.

Düzbucaqlı paralelepipedin ölçüləri	Qiymətləri					
uzunluğu a	6	20	2	3	?	8
eni b	4	30	5	?	8	2
hündürlüyü c	3	15	?	4	2	?
S_{yan}	?	?	?	40	40	60
S_{tam}	?	?	?	?	?	?
V	?	?	60	?	?	?

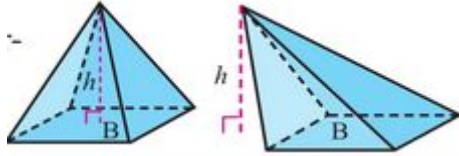
Piramida və piramidanın həcmi

Piramida bir üzü çoxbucaqlı, qalan üzləri ortaq təpəli üçbucaqlar olan çoxüzlüdür. Ortaq təpəli üçbucaqlar piramidanın yan üzləri, çoxbucaqlı isə otura-

cağıdır. Yan üzlərin ortaq tərəfləri yan tillər adlanır. Üçbucaqların ortaq təpələrinə piramidanın təpəsi deyilir. Piramidanın təpəsindən oturacaq müstəvisinə çəkilmiş perpendikulyar piramidanın hündürlüyü adlanır. Oturacağı düzgün çoxbucaqlı olan piramidaya düzgün piramida deyilir. Piramidanın təpəsindən oturacağın tərəfinə çəkilmiş perpendikulyar piramidanın apofemi adlanır. Düzgün piramidanın yan tilləri konqruentdir. Düzgün piramidanın yan üzləri konqruent bərabəryanlı üçbucaqlıdır.

Piramidanın həcmi oturacağın sahəsilə hündürlüyü hasilinin üçdə birinə bərabərdir.

$$V = \frac{1}{3} S_{ot} \cdot h$$



Nümunə: Oturacağının tərəfi 3 sm, hündürlüyü isə 10 sm olan dördbucaqlı düzgün piramidanın tam səthinin sahəsini tapın.

Həlli: $S_{ot} = a^2 = 3^2 = 9 \text{ sm}^2$

Onda $V = \frac{1}{3} S_{ot} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 10 = 30 \text{ sm}^3$

Tapşırıqlar.

1. Düzgün üçbucaqlı piramidanın oturacağının sahəsi 10 sm^2 , hündürlüyü 3 sm olarsa, onun həcmi tapın.

2. Düzgün altıbucaqlı piramidanın oturacağıının sahəsi 18 sm^2 , hündürlüyü 17 sm -dir. Piramidanın həcmi tapın.

3. Düzgün dördbucaqlı piramidanın oturacağıının perimetri 24 sm , hündürlüyü 15 sm -dir. Piramidanın həcmi tapın.

4. Düzgün dördbucaqlı piramidanın hündürlüyü 15 sm -dir. Piramidanın yan səthinin sahəsi 240 sm^2 olarsa, onun oturacağıının tərəfini tapın.

5. Oturacağın tərəfi 16 sm , tili isə yan 10 sm olan düzgün dördbucaqlı piramidanın həcmi tapın.

6. Piramidanın tərəfləri 7 sm və 12 sm olan düz-bucaqlıdır. Piramidanın hündürlüyü 24 sm olarsa, onun həcmi nəyə bərabərdir?

7. Düzgün dördbucaqlı piramidanın hündürlüyü 6 sm -dir, piramidanın həcmi isə 50 sm^3 -dir. Onun oturacağıının perimetrini tapın.

§ 8. ÜSTLÜ VƏ LOQARİFMİK FUNKSIYA.

Həqiqi üstlü qüvvət

Rasional və irrasional ədədlərə birlikdə həqiqi ədədlər deyilir. İstənilən x həqiqi ədədi üçün a^x (burada $a > 0$) həqiqi üstlü qüvvət deyilir. Həqiqi üstlü qüvvət yalnız müsbət əsaslar üçün təyin olunub. İstənilən x ədədi üçün $1^x = 1$ və $0^x = 0$

Həqiqi üstlü qüvvətin əsas xassələrinə aşağıdakılar aiddir.

$a > 0$ $a \neq 1$ və $b > 0$ $b \neq 1$ ədədləri üçün

$$1) a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$2) a^x : a^y = a^{x-y}$$

$$3) (a^x)^y = a^{xy}$$

$$4) (ab)^x = a^x \cdot b^x$$

$$5) \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

$$6) a^x = a^y \text{ olarsa, onda } x=y$$

$$7) a > 1, x > y \text{ olduqda } a^x > a^y \quad 0 < x < 1, x > y \\ \text{olduqda } a^x < a^y$$

$$8) a > b, x > 0 \text{ olduqda } a^x > b^x \quad a > b, x < 0 \\ \text{olduqda } a^x < b^x$$

$$\text{Misallar: } 1) (3^{\sqrt{2}})^{\sqrt{8}} = 3^{\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}} = 3^{\sqrt{16}} = 3^4 = 81$$

$$2) 2^{2\sqrt{3}} \cdot 4^{\sqrt{3}+1} : 16^{\sqrt{3}} = 2^{2\sqrt{3}} \cdot (2^2)^{1+\sqrt{3}} : (2^4)^{\sqrt{3}} = \\ 2^{2\sqrt{3}+2(1+\sqrt{3})-4\sqrt{3}} = 2^2 = 4$$

Tapşırıqlar.

1. İfadənin qiymətini hesablayın $\frac{(3^{\sqrt{27}})^{\sqrt{3}}}{9^4}$

2. Hesablayın:

a) $(2^{\sqrt{3}})^{\sqrt{12}}$

b) $(2^{\sqrt{4}})^{\sqrt{4}}$

3. Sadələşdirin və qiymətini tapın:

$$(2^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}} \cdot 4^2$$

4. Hesablayın:

a) $(5^{\sqrt{2}})^{\sqrt{8}}$

b) $(3^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}$

5. Sadələşdirin və qiymətini tapın.

$$3^{\sqrt{2}} \cdot 9^{\sqrt{2} + 1} : 27^{\sqrt{2}}$$

6. Sadələşdirin və qiymətini tapın.

$$(6^{\frac{4}{3}})^{\frac{3}{2}} + (0,25)^{-1}$$

7. Sadələşdirin a) $\frac{(c^{-\frac{1}{2}})^{-4}}{c^{\frac{1}{6}}c^{\frac{1}{2}}}$

b) $\frac{81^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[5]{49}}{7^{-1,6} \cdot \sqrt[3]{3}}$

8. Həqiqi üstlü qüvvət şəklində göstərin:

a) $x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{2}{3}}$

b) $\frac{3^{\sqrt{3}} \cdot 5^{\sqrt{3}}}{15^{\sqrt{3}}} \cdot 0,25^{-\frac{1}{2}}$

9. $(2^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}} - 100^{\frac{1}{2}}$ ifadəsinin qiymətini hesablayın.

10. Müqayisə edin.

a) $(\frac{2}{7})^{-5}$ və $(\frac{2}{7})^{-2}$ b) $10^{\sqrt{6}}$ və $10^{\sqrt{7}}$ c) $0,2^{-4}$ və $0,2^{-1}$

11. İfadənin qiymətini hesablayın.

a) $100^{-\frac{1}{2}} \cdot (\frac{1}{5})^{-1}$

b) $(\frac{4}{25})^{\frac{1}{2}} : (\frac{9}{4})^{-\frac{1}{2}}$

c) $(27^{\frac{2}{3}} + 125^{\frac{1}{3}} + 8^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{4}}$

d) $(8^{\frac{2}{3}} + (\frac{1}{9})^{-\frac{3}{2}} + \sqrt{125^{\frac{2}{3}}})^{\frac{1}{2}}$

Üstlü funksiya

$a > 0$, $a \neq 1$ olduqda, $y = a^x$ funksiyasına üstlü funksiya deyilir.

Əsas xassələri:

1) Üstlü funksiyanın təyin oblastı bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur. $D(y) = (-\infty; \infty)$

2) Üstlü funksiyanın qiymətlər çoxluğu bütün müsbət həqiqi ədədlər çoxluğudur. $E(y) = (0; \infty)$

3) Üstlü funksiya nə təkdir, nə də cüt

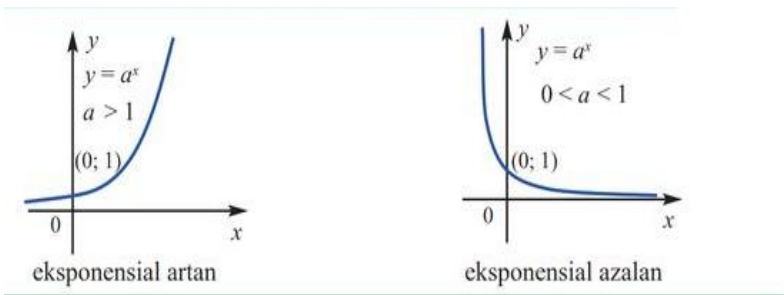
4) $x=0$ olduqda $a^0=1$ olduğundan üstlü funksiyanın qrafiki OY oxunu $(0;1)$ nöqtəsində kəsir.

5) $a > 1$ olduqda, a^x artan, $0 < a < 1$ olduqda a^x funksiya azalandır.

6) Üstlü funksiyanın ekstremumları yoxdur.

7) $0 < a < 1$ olduqda x -in sonsuz böyüməsilə y -nin uyğun qiymətləri kiçilir və $y = a^x$ funksiyasının qrafiki üzərindəki nöqtələr absis oxuna qeyri-məhdud yaxınlaşır, $a > 1$ olduqda $x \rightarrow -\infty$ a^x qrafiki üzərindəki nöqtələr absis oxuna qeyri-məhdud yaxınlaşır.

$y = a^x$ funksiyasına və onun qrafikinə eksponenta deyilir.



Nümunə: $(0,3)^{-4,5}$ və $(0,3)^{-5,2}$ müqayisə edin.

Həlli: $y = 0,3^x$ -azalan funksiyadır, çünki əsası $a = 0,3 < 1$. Deməli, x -in qiyməti azalanda y -nin qiyməti artır. $-4,5 > -5,2 \Rightarrow (0,3)^{-4,5} < (0,3)^{-5,2}$

Tapşırıqlar.

1. Aşağıdakı funksiyalardan hansı artandır?

- a) $y = 8^x$ b) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ c) $y = 7^{-x}$ d) $y = (0,3)^x$

2. $f(x) = 2^x$ funksiyası verilir.

- a) $f(3)$ b) $f(0)$ c) $f(-2)$ qiymətlərini hesablayın.

3. Müqayisə edin:

a) $0,7^{\frac{2}{3}}$ və $0,7^{\frac{3}{5}}$

b) $2,5^{\frac{4}{5}}$ və $2,5^{\frac{7}{8}}$

c) $7,8^{-3}$ və $7,8^0$

4. $y=15^{\frac{3}{x-2}}$ funksiyanın təyin oblastını tapın.

5. $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ funksiyanın qrafikini qurun.

Ədədin loqarifmi

Sadə bir tənlikdən başlayaq. $2^x=8$ tənliyini necə həll etmək olar? Seçim üsulu ilə tapırıq ki $x=3$, yəni $2^3=8$. Bəs $2^x=5$ tənliyin həlli nədir? 5 ədədini almaq üçün 2 ədədini hansı qüvvətə yüksəltmək lazımdır? Seçim üsulu dərhal cavab vermir... Və ümumiyyətlə, bu halda həll yolu tapmaq mümkün olmayacaq, çünki cavab nəinki tam ədəd deyil, bu ədəd hətta rəasional deyil. Belə həllər tapmaq üçün loqarifma anlayışı icad edilmişdir: $x=\log_2 5$. Yəni loqarifma üstü tənliyin həllində hər hansı bir argument almaq üçün oturacağın yüksəltdiyimiz qüvvətdir.

Loqarifma - b ədədini almaq üçün a əsasını yüksəltmək lazım gələn qüvvət üstünə b ədədinin a əsasına görə loqarifmi deyilir və $\log_a b$ kimi yazılır. Loqarifma yalnız $a \neq 1$ olmaqla $a > 0$ və $b > 0$ ədədləri üçün

mənası var. $y = \log_a x$ yazılışı $a^y = x$ bərabərliyin loqarifmik yazılışıdır və $a^y = x$ yazılışı $y = \log_a x$ bərabərliyin eksponensial yazılışıdır. Yəni $y = \log_a x$ və $a^y = x$ yazılışları ekvivalent yazılışlardır.

$\log_{10} a = lga$ işarə olunur və onluq loqarifma adlanır. $\log_e a = lna$ işarə olunur və natural loqarifma adlanır.

Əsas xassələri:

$$1) \log_a 1 = 0$$

$$2) \log_a a = 1$$

$$3) \log_a b^c = c \cdot \log_a b$$

$$4) \log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$$

$$5) a^{\log_a b} = b - \text{əsas loqarifmik eynilik}$$

$$6) \log_a b c = \log_a b + \log_a c$$

$$7) \log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\text{Nümunə: } 1) \log_3 2,7 + \log_3 10 = \log_3 2,7 \cdot 10 = \log_3 27 = \log_3 3^3 = 3 \log_3 3 = 1$$

Tapşırıqlar.

1. Əsas loqarifmik eyniliyin köməyiylə ifadələrin qiymətini hesablayın.

$$a) 2^{\log_2 8}$$

$$b) 10^{\lg 2}$$

2. Loqarifmin xassəsinə əsaslanaraq ifadənin qiymətini hesablayın.

$$a) \log_6 36 + \log_2 8$$

$$b) \lg 5 + \lg 20$$

3. İfadənin qiymətini hesablayın.

$$\log_3 8,1 + \log_3 10$$

4. İfadələrin qiymətini hesablayın.

a) $\log_2 1,6 + \log_2 5$

b) $2\log_2 0,8 + \log_2 25$

5. Sadələşdirin.

a) $10^{2\lg 8} + \log_{\frac{1}{5}} 125$

b) $6^{\log_6 5} - \log_4 32$

6. Hesablayın.

1) $\log_6 2 + \log_6 3$;

2) $\log_2 3 + \log_2 \frac{4}{3}$;

3) $\log_3 7 - \log_3 \frac{7}{27}$;

4) $\log_{10} 40 + \log_{10} 25$;

5) $\log_{10} 0,18 - \log_{10} 180$;

6) $\log_{12} 4 + \log_{12} 36$;

7) $\log_5 100 - \log_5 4$;

8) $\log_6 4 + \log_6 9$;

9) $\log_6 \frac{1}{18} + \log_6 \frac{1}{12}$;

10) $\log_{0,1} 50 - \log_{0,1} 0,5$.

6. Hesablayın.

a) $\log_{14} 196 \cdot \log_3 1$

b) $\log_{\frac{1}{4}} 2 + \log_{32} 32$

c) $\log_5 5 : \log_3 9$

7. Müqayisə edin.

$$\log_{0,8} 4 + \log_{0,8} 2 \quad \text{və} \quad \log_{0,8} (4 + 2)$$

Loqarifmik funksiya

$y=a^x$ tərsi olan funksiya var və bu funksiya $y = \log_a x$ loqarifmik funksiya adlanır.

Əsas xassələri 1) Loqarifmik funksiyanın təyin oblastı bütün müsbət həqiqi ədədlər çoxluğu-
dur. $D(y) = (0; \infty)$

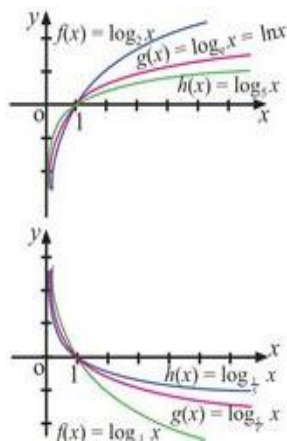
2) Loqarifmik funksiyanın qiymətlər çoxluğu bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur. $E(y) = (-\infty; \infty)$

3) Loqarifmik funksiya nə təkdir, nə də cüt

4) $y = \log_a x$ funksiyanın qrafiki OX oxunu $(1;0)$ nöqtəsində kəsir.

5) Loqarifmik funksiyanın ekstremumları yoxdur.

$y=a^x$ funksiyanın qrafiki $y=x$ düz xəttinə nəzərən simmetrik çevirsək $y = \log_a x$ funksiyanın qrafiki alınar.



Tapşırıqlar.

1. Ədədləri müayisə edin.

- a) $\log_2 5$ və $\log_2 6$; b) $\log_{1/3} 2$ və $\log_{1/3} 4$;
c) $\log_5^{1/2}$ və $\log_5^{1/3}$; d) $\log_{1/7}^{4/5}$ və $\log_{1/7}^{5/6}$

2. Verilən funksiyaların təyin oblastını tapın.

- a) $y = \log_2(1 + x)$; c) $y = \log_7(2x-18)$;
b) $y = \log_{1/3}(x^2 + 1)$; d) $y = \log_3(8x - 24)$;

3. Loqarifmik funksiyanın hansı xassəsinə əsasən

a) $\log_{10} 5 > \log_{10} 4$; b) $\log_{0,1} 5 < \log_{0,1} 4$?

4. Ədədlərin müsbət və ya mənfi olduğunu müəyyən edin.

a) $\log_2 5$; b) $\log_{1/2} 5$; c) $\log_7 1$;
d) $\log_{\pi/3} 4$; e) $\log_2 \frac{1}{3}$; f) $\log_{1/3} \frac{1}{2}$;
j) $\log_{\pi} 3$; i) $\log_{\pi/4} 4$

5. Artan yoxsa azalan funksiyadır?

a) $y = \log_3 x$ b) $y = \log_{\frac{3}{7}} x$

Loqarifmik tənliklər

Tərif. Dəyişəni yalnız loqarifma işarəsi altında və ya loqarifm əsasında, yaxud da eyni zamanda hər ikisində olan tənliklərə loqarifmik tənliklər deyilir. Ən sadə loqarifmik tənlik $\log_a x = b$, ($a > 1$, $a \neq 1$) tənliklərdir. Loqarifmik tənliklər müxtəlif üsullarla həll olunur. Tənliklərin həll üsullarını misallarla izah edək:

1. Loqarifmin tərifinə əsasən həll olunan tənliklər.

Nümunə 1. $\log_2 (3x + 2) = 3$

Həlli: loqarifmin tərifinə əsasən $3x+2=2^3$; $3x = 8 + 2$; $3x = 6$; $x = 2$. $x=2$ verilmiş tənliyin köküdür.

Nümunə 2. $\log_{x-1}(x^2 - 5x + 7) = 1$

Həlli: Loqarifmin tərifinə əsasən $x^2 - 5x + 7 = x - 1$
 $x^2 - 6x + 8 = 0$ $x_1 = 2, x_2 = 4$, burada $x=2$ olduqda
 loqarifmin əsası 1 olur, lakin bilirik ki əsas $\neq 1$ olma-
 lıdı. Deməli, həll $x=4$ –dür.

2. Yeni dəyişən daxil etməklə həll olunan tənliklər.

Nümunə 3. $5\lg^2 x - \lg x^2 - 16 = 0$,

Həlli: $\lg x^2 = 2\lg x$ olduğunu nəzərə alsaq
 $5\lg^2 x - 2\lg x - 16 = 0$ $\lg x = t$ əvəzləməsi aparaq.
 Onda $5t^2 - 2t - 16 = 0$ alarıq. $t_1 = -2,5, t_2 = 4,5$,
 tapılır. Bunları əvəzləmədə yerinə yazsaq: $\lg x = -2,5$,
 $x = 10^{-2,5}$, $\lg x = 4,5$, $x = 10^{4,5}$, həllərini tapırıq.

3. Potensiallama üsulu ilə həll olunan tənliklər.

Nümunə 4: $\lg(x^2 + 21) - 1 = \lg x$

Həlli: $\lg(x^2 + 21) - \lg x = 1$.

Deməli $\lg(x^2 + 21) = \lg 10 + \lg x$

Potensiallayaq: $x^2 + 21 = 10x$

$x^2 - 10x + 21 = 0$ $x_1 = 7, x_2 = 3$;

hər iki kök tənliyi ödəyir.

4. Hər iki tərəfi eyni əsasə görə loqarifmləmə üsulu ilə həll olunan tənliklər. Nümunə 5. $x^{\log_2 x + 2} = 8$

Həlli: $\log_2 x^{\log_2 x + 2} = \log_2 8$, eyni 2 əsasına görə
 loqarifmlədik.

$(\log_2 x + 2) \cdot \log_2 x = \log_2 8$ Alırıq $(\log_2 x + 2) \cdot \log_2 x =$
 $\log_2 2^3$, buradan

$$(\log_2 x + 2) \cdot \log_2 x = 3 \quad (\log_2 x)^2 + 2 \log_2 x - 3 = 0$$

$$\log_2 x = y \text{ əvəzləməsi apararaq } y^2 + 2y - 3 = 0 \quad y_1 = 1,$$

$$y_2 = -3 \quad \log_2 x = 1; x = 2 \quad \log_2 x = -3; x = \frac{1}{8}.$$

ÇOXHƏDLİNİN ÇOXHƏDLİYƏ BÖLÜNMƏSİ

Tərif: $P(x) = a_n x_n + a_{n-1} x_{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ ifadəsinə n dərəcəli birdəyişənli çoxhədli deyilir.

Burada x dəyişən, $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ müəyyən ədədlərdir və $a_n \neq 0$. $a_n x_n$ baş hədd, a_n baş əmsal, a_0 sərbəst hədd adlanır.

Tam ədədləri budaqlı bölmə qaydasına oxşar qayda ilə çoxhədlini çoxhədliyə bölmək olar.

Tam ədədləri bölmə əməlini bərabərliyinə görə yoxlayırıq.

Çoxhədlini çoxhədliyə bölmə əməli üçün də eyni qayda doğrudur. Bölünən çoxhədli $P(x)$, bölən $B(x)$, natamam qismət $Q(x)$, qalıq $R(x)$ olduqda və ya $P(x) = Q(x) B(x) + R(x)$ çoxhədlini $x - m$ ikihədlisinə bölmə üçün sintetik qayda (Hörner sxemi), çoxhədlini $x - m$ ikihədlisinə bölərkən budaqlı bölməyə alternativ olan sintetik bölmə qaydasından da istifadə edilir.

Sintetik bölmədə çoxhədlinin yalnız əmsalları istifadə edildiyindən daha az hesablamalar aparmaq lazım gəlir.

Qalıq haqqında teorem

Teorem: $P(x)$ çoxhədlisinin $x - m$ ikihədlisinə bölünməsindən alınan qalıq $P(x)$ çoxhədlisinin $x = m$ nöqtəsindəki qiymətinə bərabərdir.

$$P(x) = (x - m)Q(x) + P(m), \quad r = P(m)$$

Bölünən = qismət $\times$ bölən + qalıq

Nümunə. Qalıq haqqında teoremə görə $P(x) = x^3 - 11x + 9$ çoxhədlisinin $x + 4$ ikihədlisinə bölünməsindən alınan qalığı tapın.

Həlli: $x + 4 = x - (-4)$ şəklində yazaq.

Deməli, $m = -4$.

Qalıq haqqında teoremə görə

Qalıq $r = P(-4) = (-4)^3 - 11(-4) + 9 = -64 + 44 + 9 = -11$ olur.

Qalıq haqqında teorem (Bezu teoremi) $x^3 - 11x + 9$ $x^2 - 4x + 5$ $10 - 11$ $9 - 4$ $16 -$

20 $1 - 4$ $5 - 11$ -4 $\times$ qalıq.

Həlli yoxlayaq. $P(-4) = -11$ İsbatı: $P(x) =$

$(x - m) \cdot Q(x) + r$ bərabərliyində $x = m$ yazsaq, $P(m) = (m - m) \cdot$

$Q(m) + r$, buradan da $r = P(m)$ alınır.

Çoxhədlinin vuruqları haqqında teorem

Tərif: x dəyişəninin $P(x)$ çoxhədlisini sıfıra çevirən qiymətinə (yəni $P(x) = 0$ tənliyinin köklərinə) çoxhədlinin kökü (və ya sıfırı) deyilir.

Teorem.: m ədədi $P(x)$ çoxhədlisinin köküdürsə, $x - m$ ikihədlisi $P(x)$ -in vuruğudur. Doğrudan da, $P(m) = 0$ olarsa, $P(x) = (x - m)Q(x) + P(m)$ bərabərliyindən $P(x) = (x - m)Q(x)$ alınar. Bu təklifin tərsi də doğrudur, yəni $x - m$ ikihədlisi $P(x)$ çoxhədlisinin vuruğudursa, onda $P(m) = 0$

Nümunə 1. $x - 1$ və $x + 2$ ikihədlilərinin $P(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2$ çoxhədlisinin vuruqları olub-olmadığını vuruqlar haqqında teoremə görə müəyyən edin.

Rasional köklər haqqında teorem

Əmsalları tam ədədlər olan $P(x) = a_n x_n + a_{n-1}x_{n-1} + \dots + a_{1x} + a_0$ çoxhədlisinin rasional kökü varsa, bu kök p bölünsün q -nün sərbəst həddin (a_0 -ın) böləni, baş əmsalın (a_n -in) böləni kimidir.

Fəzada düzbucaqlı koordinat sisteminin daxil edilməsi

Fəzada ixtiyari O nöqtəsini koordinat sisteminin başlanğıcı kimi qəbul edərək, bu nöqtədən cüt-cüt perpendikulyar üç düz xətt keçirək. Bu xətlər Ox , Oy və Oz koordinat oxları adlanır.

O nöqtəsilə hər bir koordinat oxu iki müsbət və mənfi yarımoxa ayrılır. Üç koordinat oxu cüt-cüt kəsişərək koordinat müstəvilərini yaradır. Oxy müstəvisi üfüqi götürülür, Oz oxu isə müsbət istiqaməti yuxarı

seçilməklə şaquli çəkilir. Bu qayda ilə seçilən üç-ölçülü koordinat sistemi sağ əl sistemi də adlanır. Oxy, Oyz və Oxz koordinat müstəviləri adlanır və xy, yz, xz kimi işarə olunur.

Hər bir koordinat müstəvisi fəzanı iki yarımfəzaya ayırır və beləliklə, üç koordinat müstəvisi birlikdə fəzanı hər biri oktant adlanan 8 hissəyə ayırır. Nöqtənin koordinatlarının işarələri onun hansı oktantda yerləşməsindən asılıdır.

Oktantlar	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
	OXYZ	OX'YZ	OX'Y'Z	OX'Y'Z	OXYZ'	OX'YZ'	OX'Y'Z'	OX'Y'Z'
x	+	-	-	+	+	-	-	+
y	+	+	-	-	+	+	-	-
z	+	+	+	+	-	-	-	-

Fəzanın hər bir nöqtəsinə nizamlı $(x_0; y_0; z_0)$ üçlüyü uyğundur. $(x_0; y_0; z_0)$ nizamlı üçlüyü oxyz koordinat sisteminə nöqtənin dekart koordinatları adlanır.

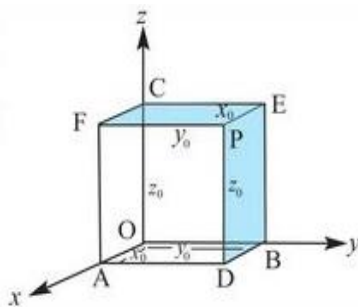
Nöqtədən yz, xz və xy müstəvilərə qədər məsafələr uyğun olaraq bu nöqtənin x_0 , y_0 və z_0 koordinatların mütləq qiymətlərinə bərabərdir. x_0 – nöqtənin absisi, y_0 – ordinatı və, z_0 – applikatı deyilir.

- 1) Koordinatın başlanğıcı O $(0;0;0)$
- 2) Ox oxu üzərində yerləşən nöqtə $(x;0;0)$
Oy oxu üzərində yerləşən nöqtə $(0;y;0)$
Oz oxu üzərində yerləşən nöqtə $(0;0;z)$

3) Oxy müstəvisində yerləşən nöqtə $(x;y;0)$

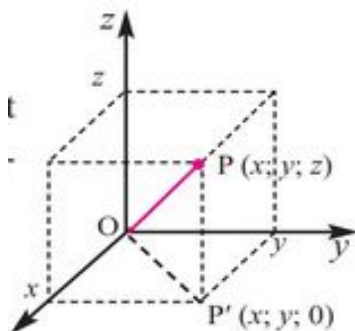
Oyz müstəvisində yerləşən nöqtə $(0;y;z)$

Oxz müstəvisində yerləşən nöqtə $(x;0;z)$



Fəzada iki nöqtə arasında məsafə. $A(x_1;y_1;z_1)$ və $B(x_2;y_2;z_2)$ nöqtələri arasındakı məsafə

$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ düsturu ilə hesablanır.



Koordinat başlanğıcından məsafə

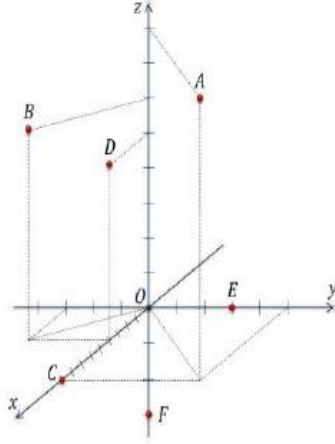
$$OP = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Bir düz xətt üzərində yerləşən nöqtələrə kollinear nöqtələr deyilir.

Tapşırıqlar.

1. Fəzada düzbucaqlı koordinat sisteminin koordinat oxlarının adlarına uyğunluq yaradın.

- 1) OX oxu
- 2) OY oxu
- 3) OZ oxu



2. $W(0; 8; 4)$ nöqtəsi Oz oxundan hansı məsafədə yerləşir?

3. Nöqtələrin hansı koordinat müstəvisində yerləşdiyini müəyyən edin.

- | | |
|--------------------|-------------------|
| a) K (3; -8,2; 0); | b) B (0; 4,1; 7); |
| c) C (5; 0; 12) | d) A (-2; 7,3; 0) |

4. Şəkildə təsvir olunan A, B, C; D; E; F nöqtələrin koordinatlarını tapın.

5. Üçölçülü koordinat sistemində aşağıdakı nöqtələri qurun.

- | | | |
|--------------|--------------|--------------|
| a) A(1;0;-2) | b) B(1;1;2) | c) C(-1;1;0) |
| d) D(2;-1;3) | e) F(1;1;-1) | |

6. Nöqtələrin hansı oktanta aid olduğunu müəyyən edin.

- a) $A(2;-3;-2)$ b) $B(-1;-1;2)$ c) $C(-1;1;3)$
d) $D(-2,5;-1;3)$ e) $F(3;1;-1)$

7. $A(-1; 2; -3)$ və $B(1;1;-5)$ nöqtələri arasındakı məsafəni tapın.

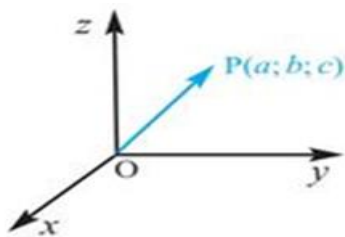
8. $M(-3;6;1)$ və $N(3;2;-1)$ nöqtələri verilərsə koordinat sisteminin başlanğıcından MN parçasının ortasına qədər məsafəni tapın.

9. a -nın hansı qiymətində $(5;-1;7)$ və $(a;5;1)$ nöqtələri arasındakı məsafə 9 vahidə bərabər olar?

10. Nöqtələrin kollinear olduğunu müəyyən edin.
 $(-3;2;4)$ $(-1;5;9)$ $(1;8;14)$

Fəzada vektor anlayışı. Vektorların bərabərliyi

Təkcə qiymətilə yox, həm də istiqamətilə müəyyən edilmiş kəmiyyətlərə vektor deyilir. Vektor istiqamətlənmiş düz xətt parçasıdır. Vektoru göstərən

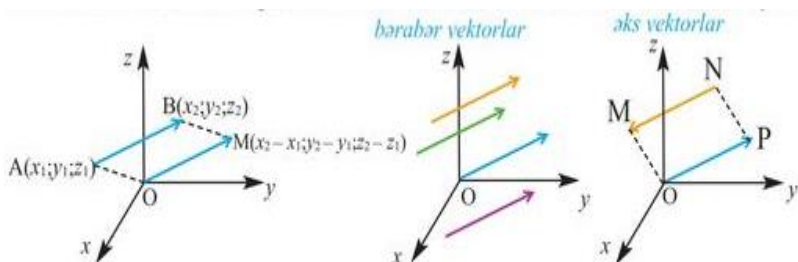


parçanın uzunluğuna vektorun uzunluğu və ya modulu deyilir. Başlanğıc nöqtəsilə son nöqtəsi üst-üstə dü-

şən vektor sıfır vektoru adlanır. Sıfır vektorunun istiqaməti qeyri-müəyyəndir. Fəzada nöqtənin yerini müəyyən edən və başlanğıc nöqtə ilə verilən nöqtəni birləşdirən vektora radius vektor deyilir. Fəzada başlanğıcı $A(x_0; y_0; z_0)$, sonu isə $B(x; y; z)$ nöqtəsi $\overrightarrow{AB}$ vektorunun komponentləri ilə olan $\overrightarrow{AB}(x - x_0; y - y_0; z - z_0)$ kimi yazılır.

Modulca bərabər, istiqamətləri eyni olan vektorlara bərabər vektorlar deyilir. Bərabər vektorları paralel köçürmə ilə tamamilə bir-birinin üzərinə gətirmək olar.

Modulca bərabər, istiqamətləri əks olan vektorlara əks vektorlar deyilir.



1. n -in hansı qiymətində $\vec{a}\langle 1; 18; 10 \rangle$ və $\vec{b}\langle 1; 3n; 10 \rangle$ vektorları bərabərdir?

2. Başlanğıcı $A(1, 2; -3; 5)$ və sonu $B(0, 6; -3; 4, 2)$ nöqtələrində olan vektorun uzunluğunu tapın.

3. Koordinatları bərabər olduqda vektorun uzunluğunu təyin edin $\{15; 20; 0\}$.

Fəzada vektorlar. Vektorun koordinatları.

Fəzada vektorun uzunluğu

Təkcə qiymətilə yox, həm də istiqamətilə müəyyən edilmiş kəmiyyətlərə vektor deyilir. Vektor istiqamətlənmiş düz xətt parçasıdır. Vektoru göstərən parçanın uzunluğuna vektorun uzunluğu və ya modulu deyilir. Fəzada başlanğıcı $A(x_0; y_0; z_0)$, sonu isə $B(x; y; z)$ nöqtəsi $\overrightarrow{AB}$ vektorunun komponentləri ilə olan $\overrightarrow{AB}(x - x_0; y - y_0; z - z_0)$ kimi yazılır. İki nöqtə arasındakı məsafə düsturundan istifadə etməklə vektorun modulunu tapa bilərik.

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$

Burada $A(x_0; y_0; z_0)$ – vektorun başlanğıc və $B(x; y; z)$ – vektorun son nöqtəsidir.

$\vec{a}(x; y; z)$ radius vektorunun uzunluğu onda $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ olar.

Vektorların toplanması və çıxılması

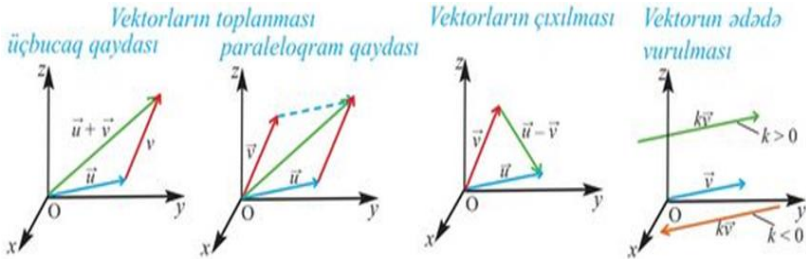
Təkcə qiymətilə yox, həm də istiqamətilə müəyyən edilmiş kəmiyyətlərə vektor deyilir. Vektor istiqamətlənmiş düz xətt parçasıdır. Fəzada vektorların cəmini, fərqlərini və ədədə hasilini həndəsi olaraq qurmaq olar. Vektorların toplanması və çıxılması: $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$ və $\vec{b}(b_1; b_2; b_3)$ vektorların cəmi (fərqi),

komponentləri bu vektorların uyğun komponentləri cəminə (fərfinə) bərabər olan vektordur. $\vec{a} + \vec{b} = \langle a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3 \rangle$

$$\vec{a} - \vec{b} = \langle a_1 - b_1; a_2 - b_2; a_3 - b_3 \rangle$$

Nümunə: $\vec{a} \langle 1; -3; 5 \rangle$ və $\vec{b} \langle 2; 0; -2 \rangle$ vektorların cəmini yazın

$$\vec{a} + \vec{b} = \langle 1 + 2; -3 + 0; 5 + (-2) \rangle = \langle 3; -3; 3 \rangle$$



Vektorun ədədə vurulması: $\vec{a} \langle a_1; a_2; a_3 \rangle$ vektorunun k həqiqi ədədinə hasil $k\vec{a} = \langle ka_1; ka_2; ka_3 \rangle$ kimi təyin edilən vektordur. Vektorun ədədə hasil k üçün aşağıdakı qaydalar doğrudur

$$\text{Hər bir } k \in R \text{ üçün } k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$$

$$\text{Hər bir } k_1, k_2 \in R \text{ üçün } (k_1 + k_2)\vec{a} = k_1\vec{a} + k_2\vec{a}$$

$$\text{Hər bir } k_1, k_2 \in R \text{ üçün } (k_1 \cdot k_2)\vec{a} = k_1 \cdot (k_2\vec{a})$$

İki vektorun skalyar hasil

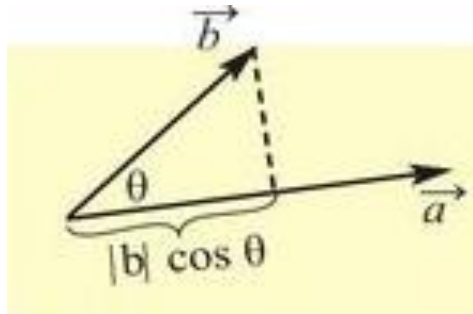
Təkcə qiymətilə yox, həm də istiqamətilə müəyyən edilmiş kəmiyyətlərə vektor deyilir. Vektor isti-

qamətlənmiş düz xətt parçasıdır. Fəzada vektorların cəmini, fərqlərini və ədədə hasilini həndəsi olaraq qurmaq olar.

Sıfır olmayan iki vektor arasındakı bucaq onlara bərabər olmaqla eyni nöqtədən ayrılmış vektorlar arasındakı bucağa deyilir. İki vektor arasındakı α bucağının qiyməti $0 \leq \alpha \leq \pi$

Sıfır olmayan iki

$\vec{a}$ və $\vec{b}$ vektorun skalyar hasilini bu vektorların modulları ilə onlar arasındakı bucağın kosinusu hasilinə deyilir və $\vec{a} \cdot \vec{b}$ kimi yazılır.



Üçölçülü Dekart koordinat sistemində

$\vec{a}\langle a_1; a_2; a_3 \rangle$ və $\vec{b}\langle b_1; b_2; b_3 \rangle$ vektorların skalyar hasilini uyğun komponentlərin hasilini cəminə bərabərdir.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

Nümunə: : $\vec{a}\langle 1; -4; 2 \rangle$ və $\vec{b}\langle 3; -1; 5 \rangle$ vektorların skalyar hasilini tapın.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 3 + (-4) \cdot (-1) + 2 \cdot 5 = 3 + 4 + 10 = 17$$

Skalyar hasilin xassələri

1. İstənilən $\vec{a}$ vektoru üçün $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$

2. Skalyar hasilin yerdəyişmə xassəsi

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

3. Skalyar hasilin qruplaşma xassəsi m

$$(\vec{a} \cdot \vec{b}) = (m \cdot \vec{a})\vec{b} = \vec{a}(m \cdot \vec{b})$$

4. Skalyar hasilin paylaşma xassəsi

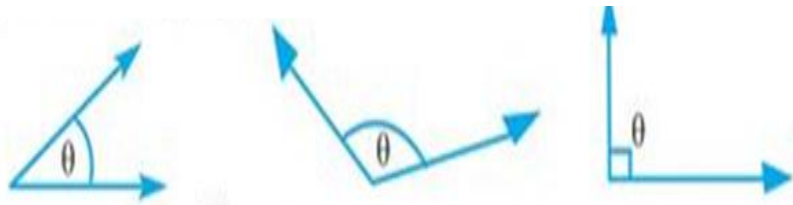
$$m(\vec{a} + \vec{b}) = m\vec{a} + m\vec{b}$$

İki vektor arasındakı bucaq və onun kosinusu

Təkcə qiymətilə yox, həm də istiqamətilə müəyyən edilmiş kəmiyyətlərə vektor deyilir. Sıfır olmayan iki vektor arasındakı bucaq onlara bərabər olmaqla eyni nöqtədən ayrılmış vektorlar arasındakı bucağa deyilir. İki vektor arasındakı α bucağının qiyməti $0 \leq \alpha \leq \pi$. Sıfır olmayan iki vektor arasındakı bucaq

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}} \quad \text{münasibətdən}$$

tapılır.



Nümunə: : $\vec{a}\langle 8; 6 \rangle$ və $\vec{b}\langle 3; 4 \rangle$ vektorları arasındakı bucağın kosinusunu tapın.

$$\begin{aligned}\cos\theta &= \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{8 \cdot 3 + 6 \cdot 4}{\sqrt{8^2 + 6^2} \cdot \sqrt{3^2 + 4^2}} \\ &= \frac{24 + 24}{\sqrt{100} \cdot \sqrt{25}} = \frac{48}{50} = \frac{24}{25}\end{aligned}$$

Nəticə: Sıfır olmayan iki vektor yalnız skalyar hasilı sıfır olduqda perpendikulyardır.

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3 = 0$$

DÜZ XƏTTİN ÜMUMİ TƏNLIYI

Müstəvi koordinat sistemində düz xəttin tənliyi $ax + by + c = 0$ şəklində ifadə edilir. Bu tənliyə düz xəttin ümumi tənliyi də deyilir. Düz xəttə perpendikulyar olan vektor düz xəttin normal vektoru və ya normalı adlanır. Normalı $\langle a; b \rangle$ olan düz xəttin ümumi tənliyinin $ax + by + c = 0$ şəklində olduğunu göstərək. $P_0(x_0; y_0)$ düz xətt üzərində verilmiş nöqtə, $P(x; y)$ düz xətt üzərində P -dan fərqli ixtiyari nöqtə, $\vec{n}\langle a; b \rangle$ isə düz xəttin normal vektoru olsun.

$\overrightarrow{P_0P} \langle x - x_0; y - y_0 \rangle$ və $\vec{n} \langle a; b \rangle$ vektorları perpendikulyardır.

Onda $\vec{n} \overrightarrow{P_0P} = 0$. Buradan $\langle a; b \rangle \langle x - x_0; y - y_0 \rangle = 0$,

$$ax - ax_0 + by - by_0 = 0,$$

$$ax + by - by_0 - ax_0 = 0 \text{ alarıq.}$$

$-by_0 - ax_0 = c$ kimi işarə etsək, düz xəttin $ax + by + c = 0$ ümumi tənliyini alarıq.

Xüsusi hallar:

- $a = 0, b \neq 0$. absis oxuna paralel düz xəttin tənliyi.

- $a \neq 0, b = 0$. ordinat oxuna paralel düz xəttin tənliyi

- $c = 0$. koordinat başlanğıcından keçən düz xəttin tənliyi

Nümunə. $A(4; -2)$ nöqtəsindən keçən və normalı $n = \langle 5; 3 \rangle$ olan l düz xəttinin tənliyini yazın.

Həlli: Koordinat sistemində $n = \langle 5; 3 \rangle$ normal vektorunu qurub $A(4; -2)$ nöqtəsindən keçən və normal perpendikulyar düz xətti çəkərək məsələnin həllini qrafik təsvir edək. İndi isə tələb olunan tənliyi yazaq.

1-ci üsul. Tutaq ki, $P(x; y)$ nöqtəsi l düz xətti üzərində olan və verilən A nöqtəsindən fərqli **nöqtədir**. Onda AP vektoru l düz xəttinə kollineardır və $AP = \langle x - 4; y - (-2) \rangle = \langle x - 4; y + 2 \rangle$. n və AP vektorları perpendikulyar olduqlarından $n \cdot AP = 0$. Buradan $\langle 5; 3 \rangle \cdot \langle x - 4; y + 2 \rangle = 0$; $5(x - 4) + 3(y + 2) = 0$; $5x + 3y - 14 = 0$ alarıq .

2-ci üsul. $n = \langle 5; 3 \rangle$ normalına görə düz xəttin $ax + by + c = 0$ tənliyini $5x + 3y + c = 0$ kimi yaza bilərik. $A(4; -2)$ nöqtəsi bu düz xəttin üzərində olduğundan $5 \cdot 4 + 3 \cdot (-2) + c = 0$, $c = -14$ tapılır və düz xəttin tənliyi $5x + 3y - 14 = 0$ olur.

MÜSTƏVİNİN TƏNLIYI

Müstəvi müxtəlif üsullarla müəyyən oluna bilər.

- kollinear olmayan üç nöqtə ilə
- düz xətt və ona aid olmayan nöqtə ilə
- iki kəsişən düz xətlə
- iki paralel düz xətlə
- bir nöqtə və bu nöqtədə verilən istiqamətdə çəkilmiş perpendikulyarla.

Müstəvini müəyyən etməyin yuxarıda göstərilən müxtəlif yollarının sonuncusundan istifadə etməklə müstəvinin tənliyinin $ax + by + cz + d = 0$ şəklində olduğunu göstərək. Müstəviyə perpendikulyar vektora onun normalı deyilir.

Tutaq ki, müstəvisi və onun üzərində $P_0(x_0; y_0; z_0)$ nöqtəsi verilmişdir və $n(a; b; c)$ müstəviyə çəkilmiş normal vektordur.

Müstəvi üzərində $P_0(x_0; y_0; z_0)$ -dan fərqli ixtiyari $P(x; y; z)$ nöqtəsi götürək. Müstəviyə perpendikulyar düz xətt müstəvi üzərindəki istənilən düz xəttə perpendikulyardır.

Deməli, $n \perp P_0P$ olacaq. Buradan $n \cdot P_0P = 0$ olduğunu yazı bilərik.

Nümunə 1. Normal vektoru $n(-1; 3; 4)$ olan müstəvi $A(1; 2; 3)$ nöqtəsindən keçir. Bu müstəvinin tənliyini yazın.

Həlli: Tapşırığı iki üsulla həll etmək olar.

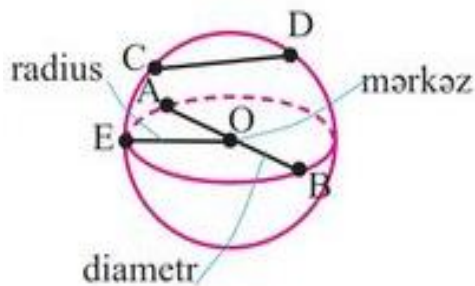
1-ci üsul. Müstəvi üzərində ixtiyari $P(x; y; z)$ nöqtəsi götürək və başlanğıcı $A(1; 2; 3)$, sonu $P(x; y; z)$ nöqtəsində olan vektoru komponentləri ilə yazaq: $\vec{AP} = \langle x - 1; y - 2; z - 3 \rangle$ Normal vektor $n = \langle -1; 3; 4 \rangle$ olduğuna görə $n \cdot \vec{AP} = 0$ olar.

2-ci üsul. Müstəvinin tənliyinin $ax + by + cz + d = 0$ şəklində və onun Normalının isə $n = \langle a; b; c \rangle$ olduğunu bilirik. Deməli, $n = \langle -1; 3; 4 \rangle$ normalına görə $a = -1, b = 3, c = 4$ olduğunu nəzərə alsaq, müstəvinin tənliyi $(-1)x + 3y + 4z + d = 0$ və ya $-x + 3y + 4z + d = 0$ olar. Bu tənlikdə müstəvi üzərində olan A nöqtəsinin $(1; 2; 3)$ koordinatlarını yerinə yazsaq, D parametrini tapa bilərik: $-x + 3y + 4z + d = 0, -1 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + d = 0; d = -17$.

Beləliklə, müstəvinin tənliyi $-x + 3y + 4z - 17 = 0$ və ya $x - 3y - 4z + 17 = 0$ olar.

KÜRƏ

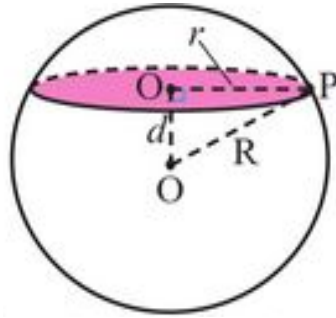
Fəzanın verilmiş nöqtəsindən məsafələri verilmiş məsafəni aşmayan bütün fəzanın nöqtələr çoxluğuna kürə deyilir.



Verilmiş nöqtəyə kürənin mərkəzi, verilmiş məsafəyə kürənin radiusu R deyilir. Kürənin mərkəzindən R məsafədə olan nöqtələr kürənin səthini əmələ gətirir. Kürənin səthi sferadır. Kürənin mərkəzindən keçən vətər kürənin diametri adlanır. Kürə yarımdairənin diametri ətrafında fırlanmasından alınır.

Kürənin müstəvi ilə hər hansı kəsiyi dairədir. Kürənin mərkəzindən keçən müstəvi kəsiyi bu dairələrin arasında ən böyükdür və böyük dairə adlanır. Böyük dairə kürə ilə eyni mərkəzə, radiusa və diametrə malikdir.

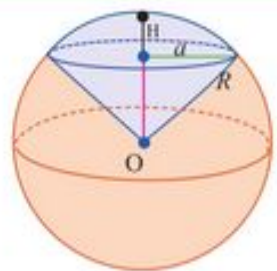
Kürənin radiusu R , kəsən müstəvinin mərkəzindən məsafəsi d , kəsikdə alınan dairənin radiusu r olarsa, onda $r^2 = R^2 - d^2$ alarıq.



Kürənin səthinin sahəsi $S = 4\pi R^2$ düsturu ilə hesablanır.

KÜRƏ VƏ KÜRƏNİN HƏCMI

Fəzanın verilmiş nöqtəsindən məsafələri verilmiş məsafəni aşmayan bütün fəzanın nöqtələr çoxluğuna kürə deyilir. Verilmiş nöqtəyə kürənin mərkəzi, verilmiş məsafəyə kürənin radiusu R



deyilir. Kürənin mərkəzindən keçən və təpə kürənin diametri adlanır. Kürə yarım dairənin diametri ətrafında fırlanmasından alınır. Kürənin həcmi $\frac{4}{3}\pi$ ilə radiusun kubunun hasilinə bərabərdir.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$



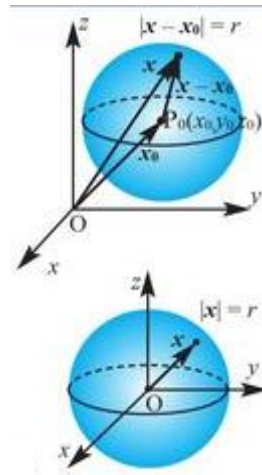
Təpəsi kürənin mərkəzində olan konik səthin kürədən ayırdığı hissəyə kürə sektoru deyilir.

Kürə sektoru təpəsi kürənin mərkəzində olan konusla kürə seqmentin birləşməsidir. Kürə sektorunun həcmi $V = \frac{2}{3}\pi R^2 H$

düsturu ilə hesablamaq olar. Kürənin hər hansı müstəvilə kəsilərək ayrılan hissəsinə kürənin seqmenti deyilir.

SFERA VƏ ONUN TƏNLİYİ

Verilmiş $O(x_0; y_0; z_0)$ nöqtəsindən R məsafədə olan bütün nöqtələr oxluğuna sfera deyilir. O sferanın mərkəzi, R məsafəsi isə sferanın radiusu adlanır. $A(x; y; z)$ sfera üzərində hər hansı nöqtə olarsa $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = R^2$ radiusu



R olan sferanın tənliyidir. Xüsusi halda mərkəzi koordinat sisteminin başlanğıcında olarsa, sfera tənliyi $x^2+y^2+z^2=R^2$ olar.

Nümunə: mərkəzi $O(2;-1;6)$ nöqtəsində yerləşən və radiusu 8 olan sferanın tənliyini yazın.

$$(x-2)^2+(y+1)^2+(z-6)^2=64$$

Sferanın yalnız bir ortaq nöqtəsi olan müstəviyə sferaya toxunan müstəvi deyilir.

Sferaya toxunan müstəvi toxunma nöqtəsinə çəkilmiş radiusa perpendikulyardır.

SİLİNDR

Müstəvi fiqurun müəyyən ox ətrafında bir tam dövr fırlanmasından alınan fiqurlara fırlanma cisimləri deyilir.

Məsələn, silindr, konus, kürə bu cür fırlanmadan alınan fəza fiqurlarıdır. Silindr düzbucaqlının bir tərəfi ətrafında fırlanması nəticəsində alınır. Paralel müstəvilərdə yerləşən konqruyent iki müstəvi fiqur və onların uyğun nöqtələrini birləşdirən bütün parçaların yaratdığı fəza fiquru silindr adlanır. Müstəvi fiqurlar silindrin oturacaqları, onların uyğun nöqtələrini birləşdirən parçalar

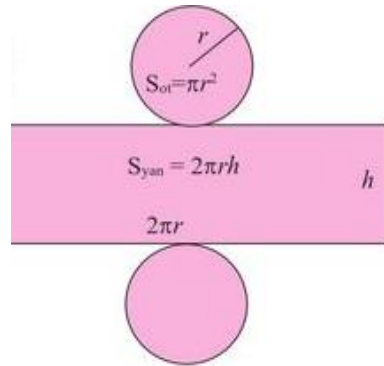


silindrin doğuranları adlanır. Doğuranı oturacağa perpendikulyar olan silindrə düz silindr, əks halda mail silindr deyilir. Oturacaqlar arasındakı məsafəyə silindrin hündürlüyü deyilir.

Silindrin yan səthi açılışı düzbucaqlı şəklindədir. Silindrin yan səthinin sahəsi oturacaq çevrəsinin uzunluğu ilə hündürlüyü hasilinə bərabərdir.

$$S_{yan} = 2\pi r \cdot h$$

Silindrin tam səthinin sahəsi yan səthinin sahəsi ilə oturacaqları sahələrinin cəminə bərabərdir.



$$S_{tam} = 2S_{ot} + S_{yan}$$

$$S_{tam} = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi r(r + h)$$

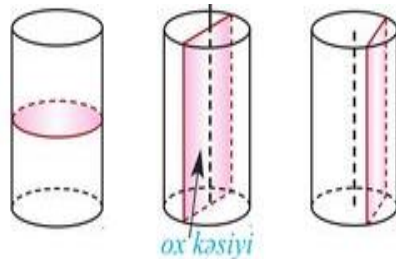
Nümunə: Oturacağının radiusu 4 sm, hündürlüyü isə 10 sm olan silindrin tam səthinin sahəsini tapın.

$$\text{Həlli: } S_{ot} = \pi r^2 = 4^2 \pi = 16\pi \text{ sm}^2$$

$$S_{yan} = 2\pi r \cdot h = 8\pi \cdot 10 = 80\pi \text{ sm}^2$$

$$\text{Onda } S_{tam} = 2S_{ot} + S_{yan} = 2 \cdot 16\pi + 80\pi = 32\pi + 80\pi = 112\pi \text{ sm}^2$$

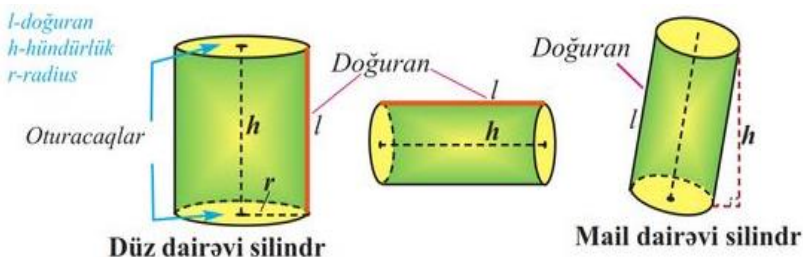
Silindrin oturacağına paralel müstəvi ilə kəsiyi dairədir. Silindrin oxundan keçən müstəvi ilə kəsiyinə ox kəsiyi deyilir.



Silindrin ox kəsiyi tərəfləri h və $2r$ olan düzbucaqlıdır. $S_{ox\ kəs}=2rh$

Silindrin oxuna paralel müstəvi ilə kəsiyi də düzbucaqlıdır.

SİLİNDR VƏ SİLİNDRİN HƏCMI



Silindr düzbucaqlının bir tərəfi ətrafında fırlanması nəticəsində alınır. Paralel müstəvilərdə yerləşən konqruyent iki müstəvi fiqur və onların uyğun nöqtələrini birləşdirən bütün parçaların yaratdığı fəza fiquru silindr adlanır. Müstəvi fiqurlar silindrin oturacaqları, onların uyğun nöqtələrini birləşdirən parçalar silindrin doğuranları adlanır. Doğuranı oturacağa perpendikulyar olan silindrə düz silindr, əks halda mail silindr deyilir. Oturacaqlar arasındakı məsafəyə silindrin hündürlüyü deyilir. Silindrin həcmi oturacağının sahəsi ilə hündürlüyü hasilinə bərabərdir.

$$V=S_{ot}\cdot h$$

$$V=\pi r^2 h$$

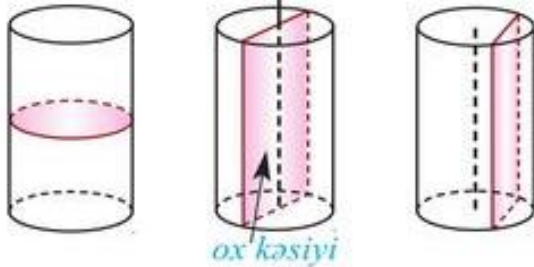
Nümunə: Oturacağının radiusui 5 sm, hündürlüyü isə 8 sm olan silindrin həcmi tapın.

$$\text{Həlli: } S_{ot} = \pi r^2 = 5^2 \pi = 25 \pi \text{ sm}^2$$

$$V = S_{ot} \cdot h = 25 \pi \cdot 8 = 200 \pi \text{ sm}^3$$

Silindrin oturacağına paralel müstəvi ilə kəsiyi dairədir. Silindrin oxundan keçən müstəvi ilə kəsiyinə ox kəsiyi deyilir.

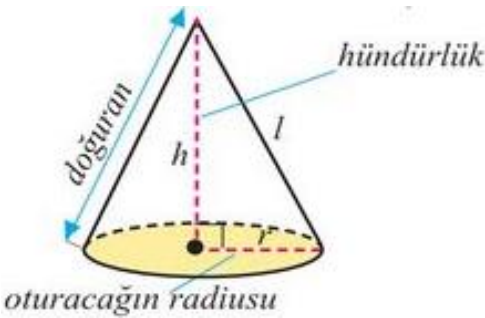
Silindrin ox kəsiyi tərəfləri h və $2r$ olan düzbucaqlıdır.



$$S_{ox \text{ kəs}} = 2rh$$

Silindrin oxuna paralel müstəvi ilə kəsiyi də düzbucaqlıdır.

KONUS



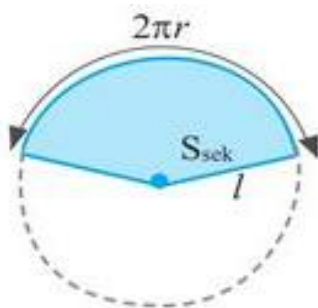
Müstəvi fiqurun müəyyən ox ətrafında bir tam dövr fırlanmasından alınan fiqurlara fırlanma cisimləri deyilir.

Məsələn, silindr, konus, kürə bu cür fırlanmadan alınan fəza fiqurlarıdır. Konus düzbucaqlı üçbucağın katetlərindən biri ətrafında fırlanması nəticəsində alınır. Dairənin nöqtələrini onun müstəvisinə aid olmayan nöqtə ilə birləşdirən bütün parçaların yaratdığı

fəza fiquruna konus deyilir. Dairə konusun oturacağı, həmin nöqtə isə konusun təpə nöqtəsi adlanır. Konusun təpəsindən oturacaq müstəvisinə endirilmiş perpendikulyara hündürlük deyilir. Təpə nöqtəsini oturacaq çevrəsinin hər hansı nöqtəsilə birləşdirən parçaya konusun doğuranı deyilir. Konusun təpə nöqtəsindən və oturacağın mərkəzindən keçən düz xəttə konusun oxu, oturacağın radiusuna konusun radiusu deyilir. Konusun doğuranı, hündürlüyü və radiusu arasında $l^2 = h^2 + r^2$ münasibəti doğrudur.

Konusun səthi onun yan səthindən və oturacaq dairəsinə ibarətdir.

Konusun yan səthinin açılışı radiusu l olan dairəvi sektordur. Sektorun sahəsi elə konusun yan səthinin sahəsidir. Sektorun qövsünün uzunluğu konusun oturacaq çevrəsinin uzunluğuna $2\pi r$ -ə bərabərdir. Deməli, tənasüb qura bilərik.



$$360^\circ \text{ --- } l_{\text{çevrə}} \text{ ---- } 2\pi l \quad \alpha = \frac{2\pi r}{2\pi l} \cdot 360^\circ$$

$$\alpha \text{ ---- } l_{\text{sektor}} \text{ ---- } 2\pi r$$

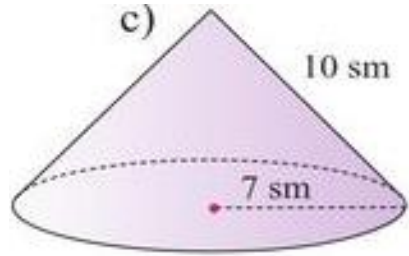
Konusun yan səthinin sahəsi oturacaq çevrəsinin uzunluğunun yarısı ilə doğuranı hasilinə bərabərdir.

$$S_{\text{yan}} = \pi r l$$

Konusun tam səthinin sahəsi

$$S_{\text{tam}} = S_{\text{yan}} + S_{\text{ot}} = \pi r l + \pi r^2$$

Nümunə: Oturacağının radiusu 7 sm, doğuranı isə 10 sm olan konusun tam səthinin sahəsini tapın.

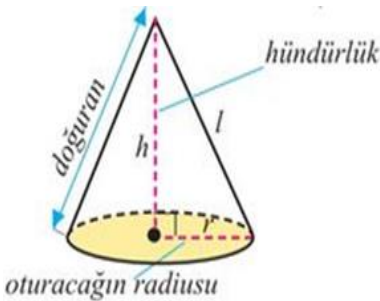


$$\text{Həlli: } S_{\text{ot}} = \pi r^2 = 7^2 \pi = 49\pi \text{ sm}^2$$

$$S_{\text{yan}} = \pi r l = 7\pi \cdot 10 = 70\pi \text{ sm}^2$$

$$\text{Onda } S_{\text{tam}} = S_{\text{ot}} + S_{\text{yan}} = 49\pi + 70\pi = 119\pi \text{ sm}^2$$

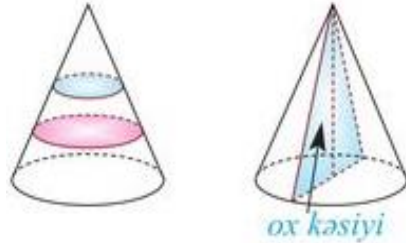
KONUS VƏ KONUSUN HƏCMİ



Müstəvi fiqurun müəyyən ox ətrafında bir tam dövr fırlanmasından alınan fiqurlara fırlanma cisimləri deyilir. Məsələn, silindr, konus, kürə bu cür fırlanmadan alınan fəza fiqurlarıdır. Konus düzbucaqlı üçbucağın katetlərindən biri ətrafında fırlanması nəticəsində alınır. Dairənin nöqtələrini onun müstəvisinə aid olmayan nöqtə ilə birləşdirən bütün parçaların yaratdığı fəza fiquruna konus deyilir. Dairə konusun oturacağı, həmin nöqtə isə konusun təpə nöqtəsi adlanır. Konusun təpəsindən oturacaq müstəvisinə endirilmiş perpendikulyara hündürlük deyilir. Təpə nöqtəsini oturacaq çevrəsinin hər hansı

nöqtəsilə birləşdirən parçaya konusun doğurarı deyilir.

Konusun oturacağına paralel müstəvi ilə kəsiyi dairədir. Konusun oxundan keçən müstəvi ilə kəsiyinə ox kəsiyi deyilir. Konusun ox kəsiyi yan tərəfi doğurana



l və oturacağı diametrə $2r$ bərabər olan bərabəryanlı üçbucaqdır. $S_{ox\ kəs} = rh$

Konusun həcmi oturacağın sahəsilə hündürlüyü hasilinin üçdə birinə bərabərdir.

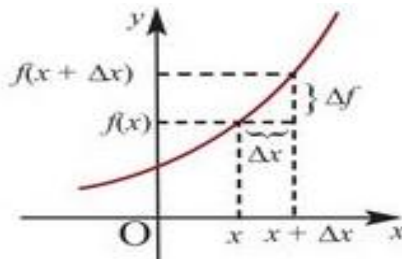
$$V = \frac{1}{3} S_{ot} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

ARQUMENT ARTIMI VƏ FUNKSİYANIN ARTIMI. TÖRƏMƏNİN TƏRİFİ

Tutaq ki, $y=f(x)$ funksiyası $(a;b)$ intervalında təyin olunub.

Hər hansı $x_0 \in (a;b)$ nöqtəsini qeyd edək. Onda x_0 -in yaxınlığında

götürülən x -in qiyməti üçün argument fərqi $\Delta x = x - x_0$ argumentin artımı, həmin nöqtələrə



uyğun funksiya qiymətlərinin dəyişməsinə $\Delta f = f(x) - f(x_0)$ funksiyanın artımı deyilir. Funksiyanın artımını $\Delta f = f(x + \Delta x) - f(x_0)$ kimi yazmaq olar.

Tərif: Arqumentin artımı sıfıra yaxınlaşanda funksiya artımının arqument artımına nisbətinin sonlu limiti varsa, bu limitə funksiyanın x nöqtəsində törəməsi deyilir.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Funksiyanın törəməsi yeni bir funksiya və $f'(x)$ və ya $\frac{df}{dx}$ kimi işarə olunur. Əgər x nöqtəsində funksiyanın törəməsi varsa, bu halda deyirlər ki, funksiya bu nöqtədə diferensiallanandır. Funksiyanın törəməsinin tapılmasına diferensiallama əməli deyilir. Törəməni tapmaq üçün

1. $f(x + \Delta x)$ tapılır
2. $\Delta f = f(x + \Delta x) - f(x_0)$ fərqi sadələşdirilir.
3. $\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ nisbəti sadələşdirilir
4. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ limiti varsa tapılır.

DİFERENSİALLAMA QAYDALARI

Tərif: Arqumentin artımı sıfıra yaxınlaşanda funksiya artımının arqument artımına nisbətinin sonlu limiti varsa, bu limitə funksiyanın x nöqtəsində törəməsi deyilir.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Funksiyanın törəməsi yeni bir funksiya və $f'(x)$ və ya $\frac{df}{dx}$ kimi işarə olunur. Əgər x nöqtəsində funksiyanın törəməsi varsa, bu halda deyirlər ki, funksiya bu nöqtədə diferensiallanandır. Törəməni tapmaq üçün aşağıdakı qaydalardan istifadə edilir.

1. Sabit ədədin törəməsi sıfra bərabərdir. $C' = 0$

2. Qüvvət funksiyanın törəməsi

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1} \quad n \in \mathbb{N}$$

3. Sabitlə funksiya hasilinin törəməsi

$$(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$$

4. Funksiyaların cəminin (fərqinin) törəməsi

$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

5. Funksiyaların hasilinin törəməsi

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)$$

6. Funksiyaların nisbətinin törəməsi

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{g^2(x)}$$

CƏMİN, HASILIN TÖRƏMƏSİ

Tərif: Arqumentin artımı sıfra yaxınlaşanda funksiya artımının arqument artımına nisbətinin sonlu limiti varsa, bu limitə funksiyanın x nöqtəsində törəməsi deyilir.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Funksiyanın törəməsi yeni bir funksiya və $f'(x)$ və ya $\frac{df}{dx}$ kimi işarə olunur. Əgər x nöqtəsində funksiyanın törəməsi varsa, bu halda deyirlər ki, funksiya bu nöqtədə diferensiallanandır.

Funksiyalar cəminin törəməsi həmin funksiyların törəmələri cəminə bərabərdir.

$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

Funksiyalar hasilinin törəməsi birinci funksiyanın törəməsinin ikinci funksiya hasilinə və birinci funksiyanın ikinci funksiya törəməsinin hasilini cəminə bərabərdir:

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)$$

Nümunə: $f(x)=x^3+2x^2-3x+6$ törəməni tapın və $f'(-2)$ qiymətini hesablayın.

$$\text{Həlli: } f'(x)=(x^3)'+(2x^2)'-(3x)'+(6)'=3x^2+4x-3+0$$

$$f'(-2)=3 \cdot (-2)^2+4 \cdot (-2)-3=3 \cdot 4-8-3=12-8-3=1$$

NİSBƏTİN VƏ QÜVVƏTİN TÖRƏMƏSİ

Tərif: Arqumentin artımı sıfıra yaxınlaşanda funksiya artımının arqument artımına nisbətini sonlu limiti varsa, bu limitə funksiyanın x nöqtəsində törəməsi deyilir.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Funksiyanın törəməsi yeni bir funksiyadır və $f'(x)$ və ya $\frac{df}{dx}$ kimi işarə olunur. Əgər x nöqtəsində funksiyanın törəməsi varsa, bu halda deyirlər ki, funksiya bu nöqtədə diferensiallanandır.

Qüvvət funksiyanın törəməsi

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1} \quad n \in \mathbb{N}$$

Funksiyaların nisbətinin törəməsi

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{g^2(x)}$$

Nümunə: $f(x) = \frac{2x-5}{x+3}$ funksiyanın törəməsini tapın və $f'(-2)$ qiymətini hesablayın:

$$\begin{aligned} \text{Həlli:} \quad f'(x) &= \frac{(2x-5)' \cdot (x+3) - (x+3)' \cdot (2x-5)}{(x+3)^2} = \\ &= \frac{2 \cdot (x+3) - 1 \cdot (2x-5)}{(x+3)^2} = \frac{2x-6-2x+5}{(x+3)^2} = \frac{-1}{(x+3)^2} \\ f'(-2) &= \frac{-1}{(-2+3)^2} = \frac{-1}{1^2} = -1 \end{aligned}$$

ÜSTLÜ, LOQARİFMİK VƏ TRİQONOMETRİK FUNKSİYALARIN TÖRƏMƏLƏRİ

Tərif: Arqumentin artımı sıfıra yaxınlaşanda funksiya artımının arqument artımına nisbətinin sonlu limiti varsa, bu limitə funksiyanın x nöqtəsində törəməsi deyilir.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Funksiyanın törəməsi yeni bir funksiyadır və $f'(x)$ və ya $\frac{df}{dx}$ kimi işarə olunur. Əgər x nöqtəsində funksiyanın törəməsi varsa, bu halda deyirlər ki, funksiya bu nöqtədə diferensiallanandır. Funksiyanın törəməsinin tapılmasına diferensiallama əməli deyilir.

Üstlü funksiya ədəd oxunun hər bir nöqtəsində diferensiallanır.

1. $y = e^x$ funksiyanın törəməsi

$$y' = (e^x)' = e^x$$

2. $y = e^{u(x)}$ mürəkkəb funksiyanın törəməsi

$$y' = (e^{u(x)})' = e^{u(x)} \cdot u'(x)$$

Xüsusi halda, $(e^{kx+b})' = k \cdot e^{kx+b}$

3. $y = a^x$ funksiyanın törəməsi

$$y' = (a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

4. $y = a^{u(x)}$ mürəkkəb funksiyanın törəməsi

$$y' = (a^{u(x)})' = a^{u(x)} \cdot u'(x) \cdot \ln a$$

$y = \ln x$ funksiyası $(0; \infty)$ aralığında diferensiallanır.

1. $y = \ln x$ funksiyanın törəməsi $y' = (\ln x)' = \frac{1}{x}$

2. $u(x) > 0$ və diferensiallanan funksiyadırsa

$y = \ln u(x)$ mürəkkəb funksiyanın törəməsi

$$y' = (\ln u(x))' = \frac{1}{u(x)} \cdot u'(x).$$

Xüsusi halda $(\ln(kx + b))' = \frac{k}{kx+b}.$

3. $y = \log_a x$ funksiyanın törəməsi

$$y' = (\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

4. $u(x) > 0$ və diferensiallanan funksiya varsa

$y = \log_a u(x)$ mürəkkəb funksiyanın törəməsi

$$y' = (\log_a u(x))' = \frac{1}{u(x) \cdot \ln a} \cdot u'(x)$$

Trigonometrik funksiyalar təyin oblastında diferensiallanandır.

$$\begin{aligned} (\sin x)' &= \cos x & (\cos x)' &= -\sin x & (\tan x)' &= \frac{1}{\cos^2 x} \\ (\cot x)' &= -\frac{1}{\sin^2 x} \end{aligned}$$

İstifadə olunan ədəbiyyat

1. “Riyaziyyat”. X sinif dərslisi, Nayma Qəhrəmanova, Məhəmməd Kərimov, İlham Hüseynov, 2022.
2. “Riyaziyyat”. XI sinif dərslisi, Nayma Qəhrəmanova, Məhəmməd Kərimov, İlham Hüseynov, 2022.
3. “Cəbr və analizin başlanğıcı”. X və XI sinif dərslisləri, M. C. Mərdanov, M. H. Yaqubov, və b.
4. “Həndəsə” X və XI sinif dərslisləri, M. Mərdanov, C. Hacıyev, və b., 2014.
5. Ümumi təhsil pilləsinin dövlət standartları və proqramları, 2010.
6. Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyi, Azərbaycan Respublikasının ümumtəhsil məktəbləri üçün riyaziyyat fənni üzrə təhsil proqramı (kurikulumu) (X–XI siniflər)
7. “Riyaziyyat”. S.Musayev, A. Laçınova, 2018

MÜNDƏRİCAT

Ön söz	3
---------------------	----------

§ 1. Funksiyalar. Funksiyanın tərifı və verilmə üsulları	5
Funksiyanın təyin oblastı və qiymət çoxluğu	10
Funksiyanın xassələri	14
Tək funksiya. Cüt funksiya	19

§ 2. Fəzada nöqtə, düz xətt, müstəvi stereometriya aksiomları	26
Fəzada düz xətlərin qarşılıqlı vəziyyəti	29
Fəzada düz xətlərin paralelliyi	29
Fəzada düz xətlərin perpendikulyarlığı	32
Üç perpendikulyar haqqında teorem	34
Perpendikulyar müstəvilər	36
Paralel müstəvilər	38

§ 3. Bucağın triqonometrik funksiyası. Dönmə bucağı. Bucağın radian ölçüsü	42
Triqonometrik funksiyalar	45
Triqonometrik eyniliklər	48

§ 4. Triqonometrik funksiyalar	53
$Y = \sin x$ funksiyası	53
$Y = \cos x$ funksiyası	55
$Y = \tan x$ funksiyası	57
$Y = \cot x$ funksiyası	58
Tərs triqonometrik funksiyalar	60

§ 5. Çoxüzlülər	65
Prizma və onun növləri	65
Prizmanın səthinin sahəsi	68
Piramida və onun növləri	71
Piramidanın səthinin sahəsi	73
 § 6. Sadə triqonometrik tənliklərin həlli	75
1. $\sin x = a$ tənliyinin həlli	75
2. $\cos x = a$ tənliyinin həlli	77
3. $\tan x = a$ və $\cot x = a$ tənliklərin həlli	78
 § 7. Fəza fiqurlarının həcmi	81
Prizma və prizmanın həcmi	81
Piramida və piramidanın həcmi	83
 § 8. Üstlü və loqarifmik funksiya	86
Həqiqi üstlü qüvvət	86
Üstlü funksiya	88
Ədədin loqarifmi	90
Loqarifmik funksiya	93
Loqarifmik tənliklər	94
Çoxhədlinin çoxhədliyə bölünməsi	96
Fəzada düzbucaqlı koordinat sisteminin daxil edilməsi	98
Fəzada vektor anlayışı. Vektorların bərabərliyi	102
Fəzada vektorlar. Vektorun koordinatları.	
Fəzada vektorun uzunluğu	104
Vektorların toplanması və çıxılması	104
İki vektorun skalyar hasilı	105

İki vektor arasındakı bucaq və onun kosinusu	107
Düz xəttin ümumi tənliyi	108
Müstəvinin tənliyi	110
Kürə	111
Kürə və kürənin həcmi	112
Sfera və onun tənliyi	113
Silindr	114
Silindr və silindrin həcmi	116
Konus	117
Konus və konusun həcmi	119
Arqument artımı və funksiyanın artımı.	
Törəmənin tərfi	120
Diferensiallama qaydaları	121
Cəmin, hasilin törəməsi	122
Nisbət və qüvvətin törəməsi	123
Üstlü, loqarifmik və triqonometrik funksiyların törəmələri	124
İstifadə olunan ədəbiyyat	127

**SEVİNC RASİM QIZI CƏFƏROVA
NÜŞABƏ BABA QIZI SEİD**

**PEDAQOJİ KOLLEC ÜÇÜN
RİYAZİYYAT KURSU**

(Dərs vəsaiti)

Bakı: “ZƏNGƏZURDA” Çap Evi, 2024, - 132 səh.

Çap evinin rəhbəri:
Mübariz Binnətoğlu

Korrektor:
Şəbnəm Allahverdiyeva

Kompüter tərtibçisi:
Şamxal Şabiyev

Çapa imzalanmışdır: 02.12.2024
Kağız formatı: 60x84 1/16
H/n həcmi: 8,25 ç.v.
Sifariş: 824
Sayı: 10

“ZƏNGƏZURDA” Çap Evinə çap olunub.
Redaksiya ünvanı: Bakı şəh., Mətbuat prospekti, 529-cu məh.
Tel.: +994 50 209 59 68
+994 55 209 59 68
+994 12 510 63 99
+994 55 253 53 33
e-mail: zengezurda1868@mail.ru

